

Индукция-2. Тождества

Докажите тождества в номерах 1-4

1. $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$
2. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$
4. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n - 1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$

Придумайте формулу и докажите в номерах 5-9

5. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = ?$
6. а) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = ?$
б) $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = ?$
в) $1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = ?$
г) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = ?$
7. а) $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = ?$
б) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = ?$
8. а) $(1 + \frac{1}{1 \cdot 3})(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}) \dots (1 + \frac{1}{n \cdot (n+2)}) = ?$
б) а) $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9}) \dots (1 - \frac{1}{n^2}) = ?$
9. $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = ?$

Домашнее задание доделать оставшиеся тождества.

Индукция-2. Тождества

Докажите тождества в номерах 1-4

1. $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$
2. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$
4. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n - 1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$

Придумайте формулу и докажите в номерах 5-9

5. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = ?$
6. а) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = ?$
б) $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = ?$
в) $1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = ?$
г) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = ?$
7. а) $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = ?$
б) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = ?$
8. а) $(1 + \frac{1}{1 \cdot 3})(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}) \dots (1 + \frac{1}{n \cdot (n+2)}) = ?$
б) а) $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9}) \dots (1 - \frac{1}{n^2}) = ?$
9. $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = ?$

Домашнее задание доделать оставшиеся тождества.