

Параллелограмм Вариньона.

1. Докажите, что середины двух противоположных сторон любого четырехугольника без параллельных сторон и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма
2. а) Докажите, что площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади $ABCD$.
б) Докажите, что если диагонали выпуклого четырехугольника равны, то его площадь равна произведению длин отрезков, соединяющих середины противоположных сторон.
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны, а отрезок, соединяющий середины сторон AB и CD , равен 1. Найдите отрезок, соединяющий середины сторон BC и AD .
4. Докажите, что отрезки соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника и отрезок, соединяющий середины его диагоналей, пересекаются в одной точке.
5. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырёхугольника $ABCD$, делят его на четыре четырёхугольника одинакового периметра. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.
6. а) Каждая сторона выпуклого четырёхугольника разделена на 2 равные частей. Средние линии четырехугольника делят его на четыре четырехугольника, раскрасим их в шахматном порядке. Докажите, что сумма площадей черных клеток равна сумме площадей белых клеток.
б) Каждая сторона выпуклого четырёхугольника разделена на 8 равных частей. Соответствующие точки деления на противоположных сторонах соединены друг с другом, и полученные клетки раскрашены в шахматном порядке. Докажите, что сумма площадей черных клеток равна сумме площадей белых клеток.

Домашнее задание.

7. Докажите, что если два выпуклых четырёхугольника расположены так, что середины их сторон совпадают, то их площади равны.

Параллелограмм Вариньона.

1. Докажите, что середины двух противоположных сторон любого четырехугольника без параллельных сторон и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма
2. а) Докажите, что площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади $ABCD$.
б) Докажите, что если диагонали выпуклого четырехугольника равны, то его площадь равна произведению длин отрезков, соединяющих середины противоположных сторон.
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны, а отрезок, соединяющий середины сторон AB и CD , равен 1. Найдите отрезок, соединяющий середины сторон BC и AD .
4. Докажите, что отрезки соединяющие середины противоположных сторон четырехугольника и отрезок, соединяющий середины его диагоналей, пересекаются в одной точке.
5. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырёхугольника $ABCD$, делят его на четыре четырёхугольника одинакового периметра. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.
6. а) Каждая сторона выпуклого четырёхугольника разделена на 2 равные частей. Средние линии четырехугольника делят его на четыре четырехугольника, раскрасим их в шахматном порядке. Докажите, что сумма площадей черных клеток равна сумме площадей белых клеток.
б) Каждая сторона выпуклого четырёхугольника разделена на 8 равных частей. Соответствующие точки деления на противоположных сторонах соединены друг с другом, и полученные клетки раскрашены в шахматном порядке. Докажите, что сумма площадей черных клеток равна сумме площадей белых клеток.

Домашнее задание.

7. Докажите, что если два выпуклых четырёхугольника расположены так, что середины их сторон совпадают, то их площади равны.