Средняя линия треугольника.

1. Точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон соответственно BC, AC, AB треугольника ABC . Известно, что A_1A и B_1B – биссектрисы углов треугольника $A_1B_1C_1$. Найдите углы треугольника ABC .
2. В трапеции $ABCD$ основание BC в два раза меньше основания AD . Из вершины D опущен перпендикуляр DE на сторону AB . Докажите, что $CE=CD$.
3. Диагонали четырехугольника равны, а одна из его средних линий в два раза их меньше. Найдите угол между диагоналями.
4. На стороне AC треугольника ABC взята точка D так, что $AD:DC=1:2$. Докажите что у треугольников ADB и CDB есть по равной медиане.
5. Пусть K, L, M и N —середины сторон AB, BC, CD и DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Докажите, что $KM \leq \frac{(BC+AD)}{2}$
причём равенство достигается, только если $BC \parallel AD$.
6. а) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны. Пусть l — прямая, проходящая через середины BC и AD . Докажите, что l пересекает прямые AB и CD под равными углами.
б) В выпуклом четырёхугольнике, не являющемся параллелограммом, две противоположные стороны равны. Докажите, что прямая, проходящая через середины его диагоналей, образует равные углы с этими сторонами.
7. Прямая, проходящая через середины диагоналей четырехугольника образует с его сторонами углы 80° и 50° . Докажите, что расстояние между серединами диагоналей равно половине одной из сторон четырехугольника.
8. Средняя линия четырехугольника образует равные углы с его диагоналями. Докажите, что эти диагонали равны.
9. О трапеции $ABCD$ известно, что $AB=BC=CD < AD$, CH - ее высота. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из H на AC , проходит через середину BD .

Домашнее задание.

10. Две противоположные стороны шестиугольника равны и параллельны. Докажите, что середины четырех оставшихся сторон образуют параллелограмм.

Средняя линия треугольника.

1. Точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон соответственно BC, AC, AB треугольника ABC . Известно, что A_1A и B_1B – биссектрисы углов треугольника $A_1B_1C_1$. Найдите углы треугольника ABC .
2. В трапеции $ABCD$ основание BC в два раза меньше основания AD . Из вершины D опущен перпендикуляр DE на сторону AB . Докажите, что $CE=CD$.
3. Диагонали четырехугольника равны, а одна из его средних линий в два раза их меньше. Найдите угол между диагоналями.
4. На стороне AC треугольника ABC взята точка D так, что $AD:DC=1:2$. Докажите что у треугольников ADB и CDB есть по равной медиане.
5. Пусть K, L, M и N —середины сторон AB, BC, CD и DA выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Докажите, что $KM \leq \frac{(BC+AD)}{2}$
причём равенство достигается, только если $BC \parallel AD$.
6. а) В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны. Пусть l — прямая, проходящая через середины BC и AD . Докажите, что l пересекает прямые AB и CD под равными углами.
б) В выпуклом четырёхугольнике, не являющемся параллелограммом, две противоположные стороны равны. Докажите, что прямая, проходящая через середины его диагоналей, образует равные углы с этими сторонами.
7. Прямая, проходящая через середины диагоналей четырехугольника образует с его сторонами углы 80° и 50° . Докажите, что расстояние между серединами диагоналей равно половине одной из сторон четырехугольника.
8. Средняя линия четырехугольника образует равные углы с его диагоналями. Докажите, что эти диагонали равны.
9. О трапеции $ABCD$ известно, что $AB=BC=CD < AD$, CH - ее высота. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из H на AC , проходит через середину BD .

Домашнее задание.

10. Две противоположные стороны шестиугольника равны и параллельны. Докажите, что середины четырех оставшихся сторон образуют параллелограмм.