

Школа 1568. Группа 8-1. Занятие 10.
Алгебраические преобразования

- Запишите без "двухэтажных" радикалов
 - $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$
 - $\sqrt{2\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$
 - $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}$
- Вычислите $\sqrt{2015 \cdot 2017 \cdot 2019 \cdot 2021 + 16}$
- Найдите наименьшее значение выражения $2a^2 - 8ab + 17b^2 - 16a - 4b + 2084$.
- Докажите, что число а) 9999991 б) $2^{10} + 5^{12}$ составное.
- Вычислите $(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8) \cdot \dots \cdot (1+2^{1024})$.
- Докажите, что если $a+b=c+d$ и $a^2+b^2=c^2+d^2$, то $a^n+b^n=c^n+d^n$
- Числа x, y, z таковы, что $xyz = 1$. Вычислите значение выражения

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+xz}.$$

- Четыре подряд идущих числа перемножили и прибавили 1. Доказать, что получился точный квадрат.
- Назовем целое число хорошим, если оно представляется в виде суммы 2 квадратов (5-хорошее $5 = 1^2 + 2^2$, 3-нет). Докажите, что
 - удвоенное хорошее число будет хорошим
 - произведение двух хороших будет хорошим.
- Известно, что $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$. Найдите $a^4+b^4+c^4$.

- Докажите, что если

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0,$$

то

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (x, y, z, a, b, c - \text{отличны от } 0)$$

- Натуральные числа a, b , таковы, что $a^2+b^2+c^2 = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$. Докажите, что каждое из трёх чисел ab, bc, ca является точным квадратом.
- Выясните конечно или бесконечно число решений уравнения в натуральных числах. $x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz=3$

Школа 1568. Группа 8-1. Занятие 10.
Алгебраические преобразования

- Запишите без "двухэтажных" радикалов
 - $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$
 - $\sqrt{2\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$
 - $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}$
- Вычислите $\sqrt{2015 \cdot 2017 \cdot 2019 \cdot 2021 + 16}$
- Найдите наименьшее значение выражения $2a^2 - 8ab + 17b^2 - 16a - 4b + 2084$.
- Докажите, что число а) 9999991 б) $2^{10} + 5^{12}$ составное.
- Вычислите $(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8) \cdot \dots \cdot (1+2^{1024})$.
- Докажите, что если $a+b=c+d$ и $a^2+b^2=c^2+d^2$, то $a^n+b^n=c^n+d^n$
- Числа x, y, z таковы, что $xyz = 1$. Вычислите значение выражения

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+xz}.$$

- Четыре подряд идущих числа перемножили и прибавили 1. Доказать, что получился точный квадрат.
- Назовем целое число хорошим, если оно представляется в виде суммы 2 квадратов (5-хорошее $5 = 1^2 + 2^2$, 3-нет). Докажите, что
 - удвоенное хорошее число будет хорошим
 - произведение двух хороших будет хорошим.
- Известно, что $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$. Найдите $a^4+b^4+c^4$.

- Докажите, что если

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0,$$

то

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (x, y, z, a, b, c - \text{отличны от } 0)$$

- Натуральные числа a, b , таковы, что $a^2+b^2+c^2 = (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$. Докажите, что каждое из трёх чисел ab, bc, ca является точным квадратом.
- Выясните конечно или бесконечно число решений уравнения в натуральных числах. $x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz=3$