

Комбинаторная геометрия. Принцип Крайнего

1. Докажите, что если длины всех сторон треугольника меньше 1, то его площадь меньше $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
2. **Было, вспоминаем** Докажте, что круги построенные на сторонах выпуклого четырёхугольника как на диаметрах полностью покрывают этот четырёхугольник.
3. В некоторой стране 100 аэропортов, причём все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэропорта поднимается самолёт и летит на ближайший к нему аэропорт. Докажите, что ни на один аэропорт не может прилететь больше 5 самолётов.
4. На плоскости дано 2019 точек, причём не все они лежат на одной прямой. Докажите, что существует окружность, проходящая через хотя бы 3 из данных точек и не содержащая внутри них одной из оставшихся точек.
5. На плоскости расположено несколько точек, все попарные расстояния между которыми различны. Каждую из этих точек соединяют с ближайшей. Может ли при этом получиться замкнутая ломаная?
6. Из каждой вершины многоугольника опущены перпендикуляры на стороны, её не содержащие. Докажите, что хотя бы для одной вершины одно из её оснований перпендикуляров лежит на самой стороне, а не на её продолжении.
7. На плоскости дано конечное множество многоугольников, каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что существует прямая, имеющая общие точки со всеми этими многоугольниками.
8. Можно ли на плоскости расположить 2019 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?

Комбинаторная геометрия. Принцип Крайнего

1. Докажите, что если длины всех сторон треугольника меньше 1, то его площадь меньше $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
2. **Было, вспоминаем** Докажте, что круги построенные на сторонах выпуклого четырёхугольника как на диаметрах полностью покрывают этот четырёхугольник.
3. В некоторой стране 100 аэропортов, причём все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэропорта поднимается самолёт и летит на ближайший к нему аэропорт. Докажите, что ни на один аэропорт не может прилететь больше 5 самолётов.
4. На плоскости дано 2019 точек, причём не все они лежат на одной прямой. Докажите, что существует окружность, проходящая через хотя бы 3 из данных точек и не содержащая внутри них одной из оставшихся точек.
5. На плоскости расположено несколько точек, все попарные расстояния между которыми различны. Каждую из этих точек соединяют с ближайшей. Может ли при этом получиться замкнутая ломаная?
6. Из каждой вершины многоугольника опущены перпендикуляры на стороны, её не содержащие. Докажите, что хотя бы для одной вершины одно из её оснований перпендикуляров лежит на самой стороне, а не на её продолжении.
7. На плоскости дано конечное множество многоугольников, каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что существует прямая, имеющая общие точки со всеми этими многоугольниками.
8. Можно ли на плоскости расположить 2019 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими концами упирался строго внутрь других отрезков?