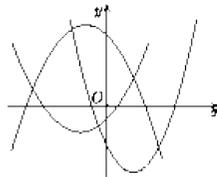


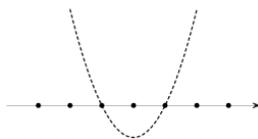
Квадратный трехчлен.

- Квадратный трехчлен ax^2+bx+c имеет корни. Верно ли, что трехчлен
 - $a^3x^2+b^3x+c^3$;
 - $a^4x^2+b^4x+c^4$ имеет корни?
- Верно ли, что если $b > a+c > 0$, то квадратное уравнение $ax^2+bx+c = 0$ имеет два корня?
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа a, b и c , чтобы это были графики трёхчленов ax^2+bx+c, bx^2+cx+a и cx^2+ax+b ?
- а) Числа a и b таковы, что графики $y = ax - b$ и $y = x^2 + ax + b$ ограничивают конечную фигуру ненулевой площади. Докажите, что внутри этой фигуры лежит начало координат.
б) Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2 + px + q$, для которых $p+q=2018$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
- а) Пусть α - корень уравнения x^2+px+q , а β - корень уравнения x^2-px-q . Докажите, что между α и β есть корень уравнения $x^2 - 2px - 2q$.
б) Докажите, что квадратное уравнение $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a) = 0$ имеет хотя бы один корень.
- Пусть a, b, c таковы, что $c(a+b+c) < 0$. Докажите, что $b^2 - 4ac > 0$
- Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 ?
- При каких значениях параметра $b, (b \neq 3)$ объединение парабол $y = x^2$ и $y = (b-3)x^2 + bx + 2b - 4$ имеет ось или центр симметрии?
- Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ и уравнение $f(x) = x$ не имеет вещественных корней. Может ли уравнение $f(f(x)) = x$ иметь вещественные корни?
- Три различных ненулевых числа таковы, что при любой расстановке этих чисел на места коэффициентов квадратного трехчлена этот трехчлен будет иметь целый корень. Докажите, что у всех этих трехчленов есть корень 1.



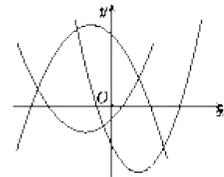
Домашнее задание

- Решите неравенство $ax^2 + x - b > 0$, если известно, что $ab < -0,25, b < 9a+3$.
- На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена?



Квадратный трехчлен.

- Квадратный трехчлен ax^2+bx+c имеет корни. Верно ли, что трехчлен
 - $a^3x^2+b^3x+c^3$;
 - $a^4x^2+b^4x+c^4$ имеет корни?
- Верно ли, что если $b > a+c > 0$, то квадратное уравнение $ax^2+bx+c = 0$ имеет два корня?
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа a, b и c , чтобы это были графики трёхчленов ax^2+bx+c, bx^2+cx+a и cx^2+ax+b ?
- а) Числа a и b таковы, что графики $y = ax - b$ и $y = x^2 + ax + b$ ограничивают конечную фигуру ненулевой площади. Докажите, что внутри этой фигуры лежит начало координат.
б) Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2 + px + q$, для которых $p+q=2018$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
- а) Пусть α - корень уравнения x^2+px+q , а β - корень уравнения x^2-px-q . Докажите, что между α и β есть корень уравнения $x^2 - 2px - 2q$.
б) Докажите, что квадратное уравнение $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a) = 0$ имеет хотя бы один корень.
- Пусть a, b, c таковы, что $c(a+b+c) < 0$. Докажите, что $b^2 - 4ac > 0$
- Когда к квадратному трёхчлену $f(x)$ прибавили $3x^2$, его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли x^2 , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение $f(x)$, если к нему прибавить x^2 ?
- При каких значениях параметра $b, (b \neq 3)$ объединение парабол $y = x^2$ и $y = (b-3)x^2 + bx + 2b - 4$ имеет ось или центр симметрии?
- Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ и уравнение $f(x) = x$ не имеет вещественных корней. Может ли уравнение $f(f(x)) = x$ иметь вещественные корни?
- Три различных ненулевых числа таковы, что при любой расстановке этих чисел на места коэффициентов квадратного трехчлена этот трехчлен будет иметь целый корень. Докажите, что у всех этих трехчленов есть корень 1.



Домашнее задание

- Решите неравенство $ax^2 + x - b > 0$, если известно, что $ab < -0,25, b < 9a+3$.
- На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена?

