

Муниципальный разбой

1. Игорь сложил десять подряд идущих натуральных чисел, затем разделил полученную сумму на сумму следующих десяти натуральных чисел. Могло ли у него получиться число 0,8?
2. В зоопарке есть 10 слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три – на правую, то левая чаша перевесит. Пять слонов встали на левую чашу и четыре – на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?
3. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?
4. В треугольнике ABC проведены высота ВН и медианы АМ и СК. Докажите, что треугольники КНМ и ABC подобны.
5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE. Точки М и N – основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек А и С соответственно. Докажите, что $ME = DN$
6. Назовем натуральное число интересным, если его можно разложить на натуральные множители, каждый из которых меньше, чем 30. Докажите, что из 10 000 интересных чисел всегда можно выбрать два, произведение которых является точным квадратом.
7. Германн и Чекалинский разложили на столе 13 различных карт. Каждая карта может лежать в одном из двух положений: рубашкой вверх или рубашкой вниз. Игроки должны по очереди переворачивать по одной карте. Проигрывает тот игрок, после хода которого повторится какая-то из предыдущих ситуаций (включая изначальную). Первый ход сделал Чекалинский. Кто сможет выиграть независимо от того, как будет играть соперник?
8. Из шахматной доски размером 8×8 вырезали квадрат размером 2×2 так, что оставшуюся доску удалось разрезать на прямоугольники размером 1×3 . Определите, какой квадрат могли вырезать.