

## Двудольные графы.

0. *Обязательная!!!* Отважные спелеологи обнаружили систему пещер и проходов между ними. После обследования оказалось, что 20 малых пещер имеют по 2 прохода, 8 средних пещер по 6 проходов, а две самые большие — 13 и 11.
  - (а) Сколько всего проходов в этой системе пещер?
  - (б) Старожилы говорят, что на самом деле есть еще одна тайная пещера с кладом, в которую ведет ровно один из проходов. Правы ли они?
  - (с) Ходят слухи, что между большими пещерами невозможно пробраться по проходам. Правдивы ли они?
1. На контрольной каждый из 20 школьников решил ровно 3 задачи, а каждую задачу решило ровно 5 человек. Сколько было задач?
2. Каждый из десяти гвардейцев кардинала Ришелье хоть раз вызывал на дуэль кого-нибудь из мушкетеров. Причем первый гвардеец бросал вызов на дуэль ровно один раз, второй гвардеец — ровно два раза, ..., десятый — ровно десять раз. Сколько могло быть мушкетеров, если известно, что каждый из них получал вызов на дуэль ровно пять раз?
3. Футбольный мяч состоит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый лоскут черного цвета граничит только с лоскутами белого цвета, а каждый белый — с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?
4. В классе больше 30, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка — с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?
5. Каждый марсианин знаком ровно со 100 марсианами и с 10 меркурианцами. В свою очередь, каждый меркурианец знаком ровно с 200 меркурианцами и с 11 марсианами. Какая планета — Марс или Меркурий — имеет большую численность населения?
6. Для игры в классики на земле нарисован ряд клеток, в которые вписаны по порядку числа от 1 до 10, как на рисунке:

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

Женя прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок — на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Женя была один раз, на клетке 2 — два раза, ..., на клетке 9 — девять раз. Сколько раз побывала Женя на клетке 10?

7. Можно ли расставить 777 шахматных коней на доске  $2018 \times 2018$  так, чтобы каждый из них был ровно 4 других?

## Двудольные графы.

0. *Обязательная!!!* Отважные спелеологи обнаружили систему пещер и проходов между ними. После обследования оказалось, что 20 малых пещер имеют по 2 прохода, 8 средних пещер по 6 проходов, а две самые большие — 13 и 11.
  - (а) Сколько всего проходов в этой системе пещер?
  - (б) Старожилы говорят, что на самом деле есть еще одна тайная пещера с кладом, в которую ведет ровно один из проходов. Правы ли они?
  - (с) Ходят слухи, что между большими пещерами невозможно пробраться по проходам. Правдивы ли они?
1. На контрольной каждый из 20 школьников решил ровно 3 задачи, а каждую задачу решило ровно 5 человек. Сколько было задач?
2. Каждый из десяти гвардейцев кардинала Ришелье хоть раз вызывал на дуэль кого-нибудь из мушкетеров. Причем первый гвардеец бросал вызов на дуэль ровно один раз, второй гвардеец — ровно два раза, ..., десятый — ровно десять раз. Сколько могло быть мушкетеров, если известно, что каждый из них получал вызов на дуэль ровно пять раз?
3. Футбольный мяч состоит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый лоскут черного цвета граничит только с лоскутами белого цвета, а каждый белый — с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?
4. В классе больше 30, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка — с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?
5. Каждый марсианин знаком ровно со 100 марсианами и с 10 меркурианцами. В свою очередь, каждый меркурианец знаком ровно с 200 меркурианцами и с 11 марсианами. Какая планета — Марс или Меркурий — имеет большую численность населения?
6. Для игры в классики на земле нарисован ряд клеток, в которые вписаны по порядку числа от 1 до 10, как на рисунке:

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

Женя прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок — на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Женя была один раз, на клетке 2 — два раза, ..., на клетке 9 — девять раз. Сколько раз побывала Женя на клетке 10?

7. Можно ли расставить 777 шахматных коней на доске  $2018 \times 2018$  так, чтобы каждый из них был ровно 4 других?