

Дискретная непрерывность

1. В ряд выписаны целые числа, причем каждые два соседних отличаются ровно на 1. Самое левое число равно -10 , а самое правое равно 10 . Докажите, что в этом ряду есть число 0 .
2. Первый тайм футбольного матча закончился со счетом $0 : 1$, а матч – со счетом $4 : 3$. Докажите, что в некоторый момент счет на табло был ничейным.
3. Шеренга новобранцев стояла лицом к сержанту. По команде «Нале-во!» некоторые из них повернулись налево, некоторые — направо, а остальные — кругом. Всегда ли сержант сможет встать в строй так, чтобы с обеих сторон от него оказалось поровну новобранцев, стоящих к нему лицом?
4. В ряд выложены 200 шаров, из них 100 черных и 100 красных, причем первый и последний шары – черные. Докажите, что можно убрать с правого края несколько шаров подряд так, чтобы красных и черных шаров осталось поровну.
5. Хоккейный матч ЦСКА – Спартак закончился со счетом $10:7$ в пользу ЦСКА. Доказать, что в ходе матча был момент, когда ЦСКА уже забросил столько шайб, сколько еще оставалось забросить Спартаку до конца матча.
6. В ряд стоят 20 сапог: 10 правых и 10 левых. Обязательно ли среди них найдутся 10 сапог, стоящих подряд, среди которых поровну правых и левых?
7. На плоскости отмечено 100 красных точек.
 - (а) Всегда ли можно провести прямую, с каждой стороны от которой находится ровно 50 точек?
 - (б) На этой же плоскости отметили зеленую точку, не лежащую на одной прямой ни с какими двумя красными. Можно ли провести через зеленую точку прямую, по обе стороны от которой находится ровно по 50 красных?
8. За круглым столом сидит четное количество гномов в колпаках с помпонами, причем у любых двух рядом сидящих гномов количество помпонов отличается не больше, чем на 1. Докажите, что найдется пара гномов, сидящих друг напротив друга, у которых количество помпонов на колпаках отличается не больше, чем на 1.
9. На столе лежат 15 кусков сыра разного веса.
 - (а) Докажите, что можно разрезать один из кусков на две части и разложить сыр на две кучки равного веса.
 - (б) Докажите, что можно разрезать один из кусков на две части и разложить сыр на две кучки равного веса по 8 кусков в каждой.