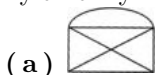


Обходы графов.

1. Можно ли изобразить фигуру на рисунке, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды? Получится ли при этом вернуться в начальную точку?



2. **Определение.** Граф называется **эйлеровым**, если все его рёбра можно обойти, пройдя по каждому ровно один раз. Сформулируйте и докажите критерий эйлеровости графа, если

(а) последним ходом надо вернуться в исходную точку;

(б) последним ходом не обязательно возвращаться в исходную точку.

3. При каких n можно прочертить все стороны и диагонали n -угольника, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя одну линию дважды?

4. В некоторой стране каждый из каждого города выходит по 20 дорог, добраться по этим дорогам можно от любого города до любого другого. Докажите, что можно на каждой дороге ввести одностороннее движение так, что от любого города можно по-прежнему добраться до любого другого.

5. Есть проволока длиной 120 см. На какое наименьшее количество частей надо ее разделить, чтобы из них можно было спаять модель куба с ребром 10 см?

6. При каких n можно расставить по кругу шарики n различных цветов так, чтобы каждые два цвета встречались рядом ровно один раз? Шариков каждого цвета бесконечно много.

7. Число n таково, что по кругу нельзя расставить n шариков n различных цветов так, чтобы каждые два цвета встречались рядом ровно один раз. Какое наименьшее число шариков можно расставить по кругу так, чтобы каждые два цвета встречались рядом хотя бы один раз?

8. Турист вышел с вокзала и отправился гулять по городу. Докажите, что если он будет гулять достаточно долго, то сможет вернуться на вокзал, пройдя по каждой из улиц города ровно дважды, если

(а) с самого начала задастся такой целью;

(б) задастся такой целью в любой момент прогулки, когда он ещё не прошёл ни по какой улице больше двух раз.

9. В некоторой стране города соединены дорогами, движение на каждой дороге одностороннее, причём из каждого города можно выехать ровно по 10 дорогам и въехать в него можно тоже ровно по 10 дорогам. Докажите, что если от города А до города Б можно добраться по дорогам с нарушением правил, то можно добраться и без нарушения правил.