

Сравнение по модулю

Определение. Если числа a и b имеют одинаковые остатки при делении на число m , то говорят, что они сравнимы по модулю m . Обозначают это следующим образом: $a \equiv b$ или $a \equiv b \pmod{m}$.

0. **Определение второе, альтернативное.** Числа a и b сравнимы по модулю m тогда и только тогда, когда число $a - b$ делится на m .
1. **Свойства сравнений.**
- (а) если $a \equiv b$ и $b \equiv c$, то $a \equiv c$;
 - (б) $a \equiv a + km$, где k — целое число;
 - (с) если $a \equiv b$, то $a + c \equiv b + c$;
 - (д) если $a \equiv b$ и $c \equiv d$, то $a + c \equiv b + d$;
 - (е) если $a \equiv b$, то $ac \equiv bc$;
 - (ф) если $a \equiv b$ и $c \equiv d$, то $ac \equiv bd$.
 - (г) если $a \equiv b$, то $a^n \equiv b^n$.
2. Найдите остаток от деления:
- (а) $2015 \cdot 2016 \cdot 2017 \cdot 2018 \cdot 2019$ на 11;
 - (б) $1001 \cdot 1002 \cdot 1003 + 2001 \cdot 2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot 2004$ на 1000;
 - (с) $2017 \cdot 2016 \cdot 2015 + 2019 \cdot 2020 \cdot 2021$ на 2018.
3. Найдите остаток от деления:
- (а) 8^{2018} на 7; (б) 6^{2018} на 7; (с) 3^{2018} на 7.
4. Найдите остаток от деления:
- (а) $9^{2018} + 13^{2018}$ на 11; (б) $9^{2019} + 13^{2019}$ на 11.
5. Докажите, что:
- (а) $2^{2016} \equiv 3^{2016}_5$; (б) $2^{2016} \equiv 3^{2016}_{13}$;
 - (с) найдите еще одно простое число p , для которого $2^{2016} \equiv 3^{2016}_p$.