

## Деление с остатком

1. Как изменятся частное и остаток, если делимое и делитель увеличить в 3 раза?
2. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.
3. Какой остаток может давать квадрат числа при делении на 3? А при делении на 4? А при делении на 5?
4. Пусть  $x^2 + y^2 = z^2$ .
  - (а) Докажите, что хотя бы одно из чисел  $x, y, z$  делится на 3;
  - (б) Докажите, что  $xy$  делится на 12;
  - (в) Докажите, что  $xyz$  делится на 60.
5. Известно, что  $a + b + c$  делится на 6. Докажите, что  $a^3 + b^3 + c^3$  делится на 6.
6. На доске написаны 1 и 2. Каждую минуту Петя умножает два самых больших числа, написанных на доске, прибавляет к ним 1 и записывает получившееся число на доску. Докажите, что Петя никогда не запишет число, делящееся на 4.
7. Известно, что  $x^2 + y^2$  делится на 21. Докажите, что  $x^2 + y^2$  делится и на 441.
8.
  - (а)  $p, p + 10$  и  $p + 14$  – простые числа. Найдите  $p$ ;
  - (б)  $p$  и  $p^2 + 2$  – простые числа. Найдите  $p$ ;
  - (в)  $p, p^2 + 4$  и  $2p^2 - 3$  – простые числа. Найдите  $p$ ;
  - (г)  $p, 4p^2 + 1$  и  $6p^2 + 1$  – простые числа. Найдите  $p$ .