

Принцип крайнего

1. Зайчиха купила для своих семерых зайчат семь барабанов разных размеров и семь пар палочек разной длины. Если зайчонок видит, что у него и барабан больше, и палочки длиннее, чем у кого-то из братьев, он начинает громко барабанить. Какое наибольшее число зайчат сможет начать барабанить?
2. На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что найдется ладья, бьющая:
 - (а) не более трех других;
 - (б) не более двух других.

(Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
3. Никита задумал четыре неотрицательных числа (не обязательно целых) и посчитал их всевозможные попарные суммы (всего 6 штук). Какие числа он задумал, если эти суммы — 1, 2, 3, 4, 5, 6?
4. В стране есть несколько городов. Путешественник едет из города А в самый далёкий от него город В. Затем едет в самый далёкий от В город С и т.д. Докажите, что если город С не совпадает с городом А, то путешественник никогда не вернётся обратно в город А.
5. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?
6. 8 грибников собрали 37 грибов. Известно, что никакие двое не собрали грибов поровну и каждый нашёл хотя бы один гриб. Докажите, что какие-то двое из них собрали больше, чем какие-то пятеро.
7. В ряд лежит чётное число груш. Массы любых двух соседних груш отличаются не более чем на 1 г. Докажите, что можно все груши разложить по две в одинаковые пакеты и выложить пакеты в ряд так, чтобы массы любых двух соседних пакетов тоже отличались не более чем на 1 г.