Вариант 4

Математика Профильный уровень

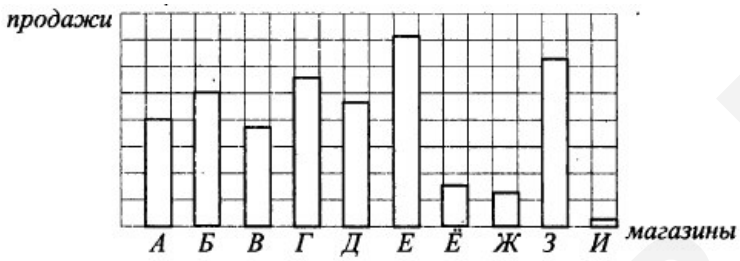
Часть 1

Ответом на задания 1—12 должно быть целое число или десятичная дробь.

1 Выпускники 9 «А» покупают букеты цветов для последнего звонка: из трёх роз каждому учителю и из пяти роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 12 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 55 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

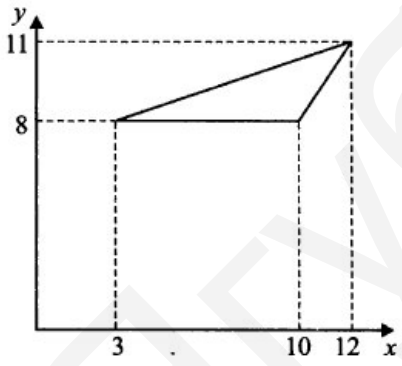
1

2 На диаграмме показано распределение продаж чайных кружек за месяц в 10 магазинах .Среди представленных магазинов первое место по продаже чайных кружек занимает магазин Е, а десятое — И. Какое место занимает магазин Д?



2

3 Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (3; 8), (10; 8), (12; 11)



3

4 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,7°, равна 0,62. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,7° или выше.

4

5 Решите уравнение $x = \frac{12 - 6x}{x - 5}$.

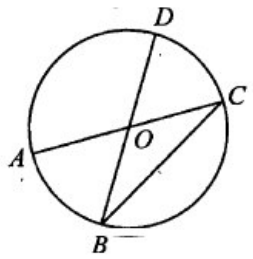
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5

6 AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 27°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

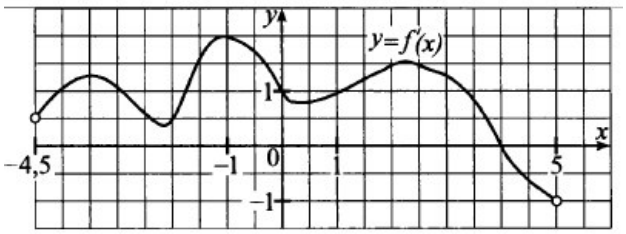
6

Алгебра.РФ



7 На рисунке изображен график y= f`(x) - производной функции f(x), определенной на интервале (-4,5; 5). Найдите точку максимума функции f(x)

7



8 Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 20. Найдите его объём.

8

9 Найдите значение выражения

$$y = \frac{9\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0.$$

9

10 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой q = 150 — 25p. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле r(p) = q ∗ p. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка r(p) составит не менее 104 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

10

11 Первая труба наполняет резервуар на 4 минуты дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4,8 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

11

12 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 12x + 93}$.

12

Ягос.рф

Часть 2.

При выполнении заданий 13—19 требуется записать полное решение и ответ.

13 а) Решите уравнение $3 * 4^x - 7 * 10^x + 2 * 25^x = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3].

а) $\log_{\frac{2}{5}} 2, \log_{\frac{2}{5}} \frac{1}{3}$; б) $\log_{\frac{2}{5}} \frac{1}{3}$

14 В основание цилиндра высотой 60 и радиусом основания 15 вписан остроугольный треугольник ABC, в котором BC = 10, AB = AC.

а) Постройте сечение призмы $ABCA_1B_1C$ плоскостью, проходящей через точку A и перпендикулярную плоскостям CBB_1 и BA_1C, если AA_1, BB_1 и CC_1 — образующие цилиндра.

б) Найдите величину угла между плоскостями CBB_1 и BA_1C.

$\operatorname{arctg} \frac{3+2\sqrt{2}}{12}$

15 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 4^x - 2^{2(x-1)} + 8^{\frac{2}{3}(x-2)} > 52, \\ 2\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2-x-2) \geqslant 1. \end{cases}$$

(3;5]

16 К окружности с центром O проведены три касательные ,две из которых AC и BD- параллельны A и B -точки касания. Третья касательная пересекает их в точках C и D соответственно, а также касается окружности в точке F.

а) Докажите ,что произведение отрезков касательных ,отсекаемых третьей касательной на двух параллельных касательных ,равно квадрату радиуса т.е. $AC * BD = AO^2$

б) Найдите площадь четырехугольника ABCD, если BD=12, ∠BDF=120°

$576\sqrt{3}$

17 Производительность первого цеха завода не более 730 произведённых телевизоров в сутки.

Производительность второго цеха завода до реконструкции составляла 75% от производительности первого цеха. После реконструкции второй цех увеличил производительность на 20% и стал выпускать более 640 телевизоров в сутки.

Найдите, сколько телевизоров в сутки выпускает второй цех после реконструкции, если оба цеха выпускают в сутки целое число телевизоров

648

18 При каких значениях a уравнение $\left(\frac{2a+1}{2}\right)\sin 3x + \cos^2 3x - 1 = \frac{a}{2}$ имеет ровно 3 корня, расположенных на отрезке $\left[\frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right]$?

1

19 Бесконечную последовательность $b_1, b_2, b_3, \ldots$ назовём особенной, если все её члены — натуральные числа, причём для всех n $b_n > b_1 + b_2 + \ldots + b_{n-1}$

а) Может ли арифметическая прогрессия быть особенной последовательностью?

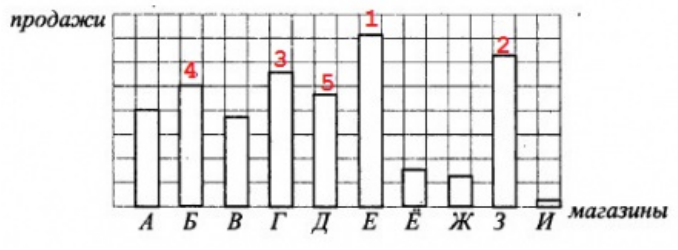
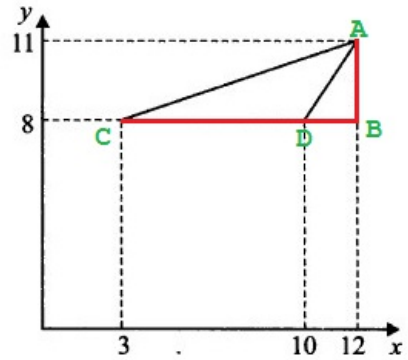
б) Может ли сумма цифр каждого члена особенной последовательности быть меньше 5?

в) Может ли для всех n выполняться неравенство $\frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_n}{n} \leqslant 2015$?

а) да; б) нет; в) нет

Ягубов.рф

Ответы

1	2200 12 учителей- директор - кл. руководитель = 10 учителей10 учителей по 3 розы = 30 роздиректор и кл. руководитель по 5 роз= 10 розвсего роз 4040*55=2200 рублей
2	5  ответ: 5 (место)
3	10,5  $AB = 11-8 = 3$ $BC = 12-3 = 9$ $BD = 12-10 = 2$ $S_{ADC} = S_{ABC} - S_{ABD} =$ $= AB*CB*\frac{1}{2} - AB*BD*\frac{1}{2} = \frac{27}{2} - \frac{6}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$
4	0,38 1(все)-0,62(ниже чем 36,7°)=0,38(больше чем 36,7°)ответ:0,38
5	3 $x = \frac{12-6x}{x-5}$ $\frac{x(x-5)}{x-5} - \frac{12-6x}{x-5} = 0$ $\frac{x^2-5x-12+6x}{x-5} = 0$ $x \neq 5$ $x^2+x-12 = 0$ по теореме Виета $x_1+x2 = -1 \quad x_1*x_2 = -12$ $x_1 = -4 \quad x_2 = 3$ наибольший из корней 3ответ: 3

ГУБОВ.РФ

6	126 угол ACB вписан в окружность, следовательно дуга AB=27°*2=54° угол AOB=54°(центральный угол равен градусной мере дуги) углы AOB и AOD смежные углы => угол AOD=180° - угол AOB=180°-54° = 126°
7	4 если график производной находится в положительных значениях y, то функция возрастает, а если в отрицательных - убывает. точки максимума - точка пересечения графика производной с осью ox, причем должен осуществиться переход из положительной части в отрицательную. на данном графике такая точка всего одна x=4.
8	64000 диаметр=высоте, длине и ширине параллелепипеда, диаметр=20*2=40V=40*40*40=64000
9	9 $y = \frac{9\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} =$ $= \frac{9\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}} =$ $= \frac{9\sqrt{x}-5+5}{\sqrt{x}} = \frac{9\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 9$
10	5,2 $q = 150-25p \;\; 104 = q*p$ Незнайка $104 = (150-25p)p$ $104 = 150p-25p^2$ $25p^2-150p+104 = 0$ $D = 15*15*10*10-25*4*104 =$ $= \;\; 100(225-104) = 100*121$ $\sqrt{D} = 10*11 = 110$ $p_1 = \frac{150+110}{50} = 5.2$ $p_2 = \frac{150-110}{50} = 0.8$ $p_{max} = 5,2$
11	8
12	6

Ягубов.рф

	$y = \sqrt{x^2 - 12x + 93} =$ Незнайка $= \sqrt{x^2 - 12x + 36 + 57} =$
13	а) $\log_{\frac{2}{5}} 2, \log_{\frac{2}{5}} \frac{1}{3}$; б) $\log_{\frac{2}{5}} \frac{1}{3}$
14	$\operatorname{arctg} \frac{3+2\sqrt{2}}{12} = 57$
15	(3;5] 6
16	576√3
17	648
18	1
19	а) да; б) нет; в) нет

Обо всех неточностях пишите на почту (с указанием номера варианта и задания): dasha@neznaika.pro

Источник: http://neznaika.pro/test/math/p/346-variant-4.html

Ягубов.рф