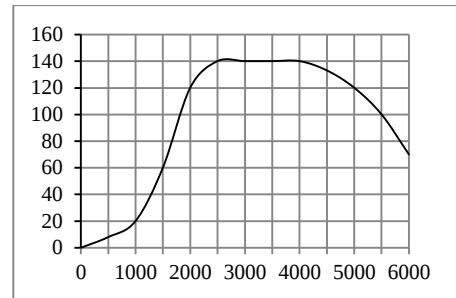


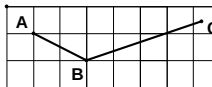
Вариант VII

- 1 Бегун пробежал 50 м за 5 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

- 2 На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н · м. Скорость автомобиля (в км/ч) выражается формулой $v = 0,036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н · м? Ответ дайте в километрах в час.



- 3 На клетчатой бумаге с единичным размером клеток изображен угол ABC . Найдите его тангенс.

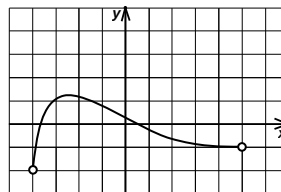


- 4 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

- 5 Найдите корень уравнения $3^{\log_3(5x-5)} = 5$.

- 6 В треугольнике ABC угол A равен 30° , угол B равен 86° , CD — биссектриса внешнего угла при вершине C , причем точка D лежит на прямой AB . На продолжении стороны AC за точку C выбрана такая точка E , что $CE = CB$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.

- 7 На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на промежутке $(-4; 5)$. Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$.



- 8 Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?

- 9 Вычислите значение выражения $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 10a + 25}$, при $a \in [3; 4]$.

- 10 Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5\sin \pi t$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

- 11 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 75 кругов по кольцевой трассе протяженностью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришел раньше второго на 37,5 минут. Чему равнялась скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 10 минут? Ответ дайте в км/ч.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = 7 \operatorname{tg} x - 7x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

- 13 а) Решите уравнение $\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 4x} - \frac{2 \sin 2x}{\sin 8x} + \frac{\cos^2 x}{1 - \cos^2 4x} = 0$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\ln 1, 8; \frac{3\pi}{5} \right]$.
- 14 Прямоугольник $ABCD$ является осевым сечением цилиндра (AB и CD — образующие). Известно, что высота цилиндра равна радиусу его основания, диаметры AD и FE пересекаются в точке O и образуют прямой угол.
- а) Докажите, что площадь поверхности цилиндра относится к площади описанной около этого цилиндра сферы как 4:5.
- б) Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, проходящей через точки F, E и C , если $AD = 2$.
- 15 Решите неравенство $\frac{\log_x 100}{1 - 2 \log_x \sqrt{10}} - \frac{1}{\log_{1000} (100x^3) - 2 \frac{2}{3}} \leq 0$.
- 16 На сторонах AB, BC, AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки N, K и M соответственно, причем $AN:NB = 1:3, BK:KC = 4:1, AM:MD = 3:2$. Прямые NK и BM пересекаются в точке E .
- а) Докажите, что $BE:EM = 12:13$.
- б) Найдите площадь пятиугольника $MDCKE$, если площадь треугольника NBE равна 27.
- 17 31 декабря 2020 года Сергей планирует взять в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Сергей переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 216000 рублей, то выплатит долг за 6 лет. Если по 341000 рублей, то за 3 года. Под какой процент Сергей планирует взять кредит?
- 18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых данная система имеет единственное решение.
- $$\begin{cases} |y + |x + 1|| = 1, \\ y + 2 \cdot \frac{2^{a^2+2a-2}}{3^{a^2+2a-2}} = \sqrt{x+1} \cdot 5^{3-(a+1)^2}. \end{cases}$$
- 19 Дан набор из ста первых натуральных чисел: $1, 2, 3, \dots, 100$. Из них произвольным образом выбрали пятьдесят одно число.
- а) Может ли оказаться так, что каждое из выбранных чисел кратно трем или четырем?
- б) Может ли оказаться так, что среди выбранных чисел не найдется пары, в которой одно число делится на другое?
- в) У одного из выбранных чисел нашли все делители. Какое наибольшее количество таких делителей могло совпасть с выбранными числами?