

## Вариант 4

13) а) Решите уравнение  $\frac{8 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} \cos \frac{x}{2} - 1}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$

14) Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , точка  $O$  — центр грани  $BCC_1 B_1$ , точка  $M$  делит ребро  $AB$  пополам. Через точки  $A_1, M, O$  проходит плоскость  $\omega$ , пересекающая ребро  $B_1 C_1$  в точке  $L$ .

а) Докажите, что  $B_1 L : LC_1 = 2 : 1$ .

б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые  $\omega$  разбивает параллелепипед.

15) Решите неравенство  $5^{2x} - 4 \cdot 5^x + 7 - \frac{8}{5^x} + \frac{4}{5^{2x}} \leq 0$ .

16) Высоты треугольника  $ABC$ , проведенные из вершин  $A, B$  и  $C$  равны 2, 3 и 4 соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  — тупоугольный.

б) Найдите длину его медианы  $AM$ , если  $AB = 3a$ .

17) По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 8% в первый год, на  $r\%$  во второй год и на  $(r + 2)\%$  в третий год. Найдите наименьшее целое значение  $r$ , при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$2 \sin x - 8 \sin^3 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \geq \left| 2x + \frac{\pi}{2} \right| + a$$

состоит из единственной точки.

19) Первый член геометрической прогрессии равен 1, а ее знаменатель равен  $\frac{2}{3}$ .

а) Можно ли выбрать несколько членов этой прогрессии так, чтобы их сумма была больше, чем  $2\frac{25}{27}$ ?

б) Можно ли выбрать несколько членов этой прогрессии так, чтобы их сумма была больше, чем  $3\frac{2}{27}$ ?

в) Может ли произведение каких-либо двух соседних членов этой прогрессии быть больше, чем сумма их квадратов?