Примеры и контрпримеры в стереометрии_2

Все занятия в феврале будут посвящены стереометрии. Основой планиметрии является геометрия треугольников, а основой стереометрии – геометрия тетраэдра. Ближайшие занятия будут посвящены тетраэдрам и их видам. Для того, чтобы вы ими освоились, мы, как обычно, начнем с конструктивов. Сегодняшнее занятие содержит задачи, в которых, как правило, надо привести примеры или контрпримеры к утверждениям о пирамидах и, в частности, о тетраэдрах, либо опровергнуть какое-то утверждение, связанное с ними.

Упражнения и задачи для самостоятельного решения

1. Существует ли пирамида, для которой найдутся ровно семь плоскостей, каждая из которых равноудалена от всех вершин пирамиды?
2. Существует ли многогранник, отличный от правильного тетраэдра, в котором для любых двух вершин найдётся третья, образующая с этими двумя правильный треугольник?
3. Существует ли тетраэдр, все грани которого равнобедренные треугольники, причем никакие две грани не равны?
4. Существует ли тетраэдр, в котором из трех ребер, выходящих из каждой вершины, нельзя составить треугольник?
5. Существует ли тетраэдр, все грани которого: а) различные; б) равные прямоугольные треугольники?
6. Имеются шесть отрезков, причем из любых трех из них можно составить треугольник. Обязательно ли из этих шести отрезков можно составить тетраэдр?
7. а) Три боковых ребра четырехугольной пирамиды равны 1, 6 и 11. Может ли основание пирамиды быть квадратом?
б) Боковые ребра четырехугольной пирамиды равны 1, 3, 5, 7 (в каком-то порядке). Может ли основание пирамиды быть прямоугольником?
8. Одна треугольная пирамида находится внутри другой. Может ли сумма длин всех ребер внутренней пирамиды быть больше, чем такая же сумма внешней?
9. Каждая грань тетраэдра – остроугольный треугольник. Обязательно ли каждый его двугранный угол – острый?
10. Существует ли тетраэдр, высоты которого равны 3, 6, 8 и 24?
11. Существует ли тетраэдр, который можно разрезать по ребрам так, чтобы его разверткой оказался: а) квадрат; б) египетский треугольник?