

### Серия 9. Асимптотика.

Не смотрите вы пожалуйста, свысока

а по небу прокатите нас, облака.

1. Каких чисел не превосходящий  $10^{2022}$  больше: представимых в виде суммы куба и шестой степени, или точных квадратов?
2. Петя и Вася играют по очереди закрашивают клетки бесконечной белой клетчатой плоскости. За один ход Петя закрашивает 11 клеток зелёным, а Вася – 10 клеток красным. Перекрашивать клетки нельзя. Петя хочет нарисовать полностью зелёный квадрат 10 на 10. Сможет ли Вася ему помешать?
3. Докажите, что существует число, большее 1000000, которое нельзя представить в виде суммы квадрата и куба натуральных чисел.
4. Существует ли квадратный трёхчлен, все значения которого в натуральных точках - степени двойки?
5. Докажите, что для любого натурального числа  $n$  существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде суммы  $n$  слагаемых, каждое из которых является  $n$  й степенью натурального числа.
6. Пусть  $\sigma(n)$ - сумма цифр числа  $n$ . Докажите, что найдется бесконечно много  $n$  таких, что
  - (a)  $\sigma(3^{n+1}) \leq \sigma(3^n)$
  - (b)  $\sigma(2^{n+1}) \leq \sigma(2^n)$
7. Верно ли, что из любого числа можно получить квадрат, добавляя к его десятичной записи не более 100500 цифр? Цифры можно вписывать в любые места

### Серия 9. Асимптотика.

Не смотрите вы пожалуйста, свысока

а по небу прокатите нас, облака.

1. Каких чисел не превосходящий  $10^{2022}$  больше: представимых в виде суммы куба и шестой степени, или точных квадратов?
2. Петя и Вася играют по очереди закрашивают клетки бесконечной белой клетчатой плоскости. За один ход Петя закрашивает 11 клеток зелёным, а Вася – 10 клеток красным. Перекрашивать клетки нельзя. Петя хочет нарисовать полностью зелёный квадрат 10 на 10. Сможет ли Вася ему помешать?
3. Докажите, что существует число, большее 1000000, которое нельзя представить в виде суммы квадрата и куба натуральных чисел.
4. Существует ли квадратный трёхчлен, все значения которого в натуральных точках - степени двойки?
5. Докажите, что для любого натурального числа  $n$  существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде суммы  $n$  слагаемых, каждое из которых является  $n$  й степенью натурального числа.
6. Пусть  $\sigma(n)$ - сумма цифр числа  $n$ . Докажите, что найдется бесконечно много  $n$  таких, что
  - (a)  $\sigma(3^{n+1}) \leq \sigma(3^n)$
  - (b)  $\sigma(2^{n+1}) \leq \sigma(2^n)$
7. Верно ли, что из любого числа можно получить квадрат, добавляя к его десятичной записи не более 100500 цифр? Цифры можно вписывать в любые места