8 класс **Числовой разнобой** 13 октября 2018

1. Числа p и $29p-2$ — простые. Докажите, что число $29p+2$ — составное.

2. Пусть p — простое число. Докажите, что $(2p-1)!-p \,\vdots\, p^2$.

3. Докажите, что если натуральное число n не кратно 17, то хотя бы одно из чисел $n^8+1, n^4+1, n^2+1, n+1, n-1$ делится на 17.

4. На гранях куба записали натуральные числа. Затем в каждую вершину записали произведение чисел на трёх прилегающих к ней гранях. Сумма чисел в вершинах равна 1001. Чему равна сумма чисел на гранях?

5. Найдите все пары простых чисел p и q, обладающие следующим свойством: $7p+1$ делится на q, а $7q+1$ делится на p.

6. Можно ли найти восемь натуральных чисел таких, что ни одно из них не делится ни на какое другое, но квадрат любого из этих чисел делится на каждое из остальных?

7. Пусть $p>q>r>3$ — три простых числа, для которых $2q=p+r$. Докажите, что $p-r$ делится на 12.

8. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что $ab-cd \,\vdots\, a+b+c+d$. Докажите, что число $a+b+c+d$ — составное.

9. Натуральные числа a, b, c таковы, что $a^2+b^2+c^2$ делится на $a+b+c$. Докажите, что $a^5+b^5+c^5$ делится на $a+b+c$.

10. Натуральные числа m и n таковы, что $m^2+n^2+m \,\vdots\, mn$. Докажите, что m — точный квадрат.

8 класс **Числовой разнобой** 13 октября 2018

1. Числа p и $29p-2$ — простые. Докажите, что число $29p+2$ — составное.

2. Пусть p — простое число. Докажите, что $(2p-1)!-p \,\vdots\, p^2$.

3. Докажите, что если натуральное число n не кратно 17, то хотя бы одно из чисел $n^8+1, n^4+1, n^2+1, n+1, n-1$ делится на 17.

4. На гранях куба записали натуральные числа. Затем в каждую вершину записали произведение чисел на трёх прилегающих к ней гранях. Сумма чисел в вершинах равна 1001. Чему равна сумма чисел на гранях?

5. Найдите все пары простых чисел p и q, обладающие следующим свойством: $7p+1$ делится на q, а $7q+1$ делится на p.

6. Можно ли найти восемь натуральных чисел таких, что ни одно из них не делится ни на какое другое, но квадрат любого из этих чисел делится на каждое из остальных?

7. Пусть $p>q>r>3$ — три простых числа, для которых $2q=p+r$. Докажите, что $p-r$ делится на 12.

8. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что $ab-cd \,\vdots\, a+b+c+d$. Докажите, что число $a+b+c+d$ — составное.

9. Натуральные числа a, b, c таковы, что $a^2+b^2+c^2$ делится на $a+b+c$. Докажите, что $a^5+b^5+c^5$ делится на $a+b+c$.

10. Натуральные числа m и n таковы, что $m^2+n^2+m \,\vdots\, mn$. Докажите, что m — точный квадрат.