

1. На прозрачном листе бумаги отмечены три точки. Докажите, что лист можно согнуть по некоторой прямой так, чтобы эти точки оказались в вершинах равностороннего треугольника.
2. Точку внутри квадрата соединили с вершинами — получились четыре треугольника, один из которых равнобедренный с углами по  $15^\circ$ , прилежащими к стороне квадрата. Докажите, что противоположный ему треугольник — равносторонний.
3. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , а биссектриса угла  $A$ , медиана, проведённая из вершины  $B$ , и высота, проведённая из вершины  $C$ , пересекаются в одной точке. Найдите остальные углы треугольника.
4. На стороне  $BC$  равностороннего треугольника  $ABC$  отмечены точки  $K$  и  $L$ , а на стороне  $AC$  — точка  $M$  так, что  $BK = KL = LC = AM$ . Найдите сумму углов  $\angle AKM + \angle ALM$ .
5. Внутри ромба  $ABCD$  выбрана точка  $N$  так, что треугольник  $BCN$  — равносторонний. Биссектриса  $BL$  треугольника  $ABN$  пересекает диагональ  $AC$  ромба в точке  $K$ . Докажите, что точки  $K, N$  и  $D$  лежат на одной прямой.
6. На сторонах  $AB, BC$  и  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$  выбраны точки  $K, M$  и  $N$  соответственно так, что угол  $MKB$  равен углу  $MNC$ , а угол  $KMB$  равен углу  $KNB$ . Докажите, что  $NB$  — биссектриса угла  $MNK$ .
7. Внутри равностороннего треугольника  $ABC$  отмечена точка  $M$  так, что  $\angle AMC = 150^\circ$ . Докажите, что отрезки  $AM, BM$  и  $CM$  таковы, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего.
8. На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отместили соответственно точки  $K$  и  $L$  так, что  $AK = CL$  и  $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$ . Докажите, что  $KL = BC$ .
9. Двое играют в следующую игру. Первый ставит на плоскости красную точку, второй в ответ ставит 2018 синих точек. Затем первый опять ставит красную точку, второй ставит 2018 синих, и т.д. Запрещено ставить ранее отмеченные точки. Первый выигрывает, если какие-то три красные точки образуют правильный треугольник. Может ли второй ему помешать?
10. Один из углов треугольника равен  $60^\circ$ , а лежащая против него сторона составляет треть периметра. Докажите, что этот треугольник правильный.

1. На прозрачном листе бумаги отмечены три точки. Докажите, что лист можно согнуть по некоторой прямой так, чтобы эти точки оказались в вершинах равностороннего треугольника.
2. Точку внутри квадрата соединили с вершинами — получились четыре треугольника, один из которых равнобедренный с углами по  $15^\circ$ , прилежащими к стороне квадрата. Докажите, что противоположный ему треугольник — равносторонний.
3. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , а биссектриса угла  $A$ , медиана, проведённая из вершины  $B$ , и высота, проведённая из вершины  $C$ , пересекаются в одной точке. Найдите остальные углы треугольника.
4. На стороне  $BC$  равностороннего треугольника  $ABC$  отмечены точки  $K$  и  $L$ , а на стороне  $AC$  — точка  $M$  так, что  $BK = KL = LC = AM$ . Найдите сумму углов  $\angle AKM + \angle ALM$ .
5. Внутри ромба  $ABCD$  выбрана точка  $N$  так, что треугольник  $BCN$  — равносторонний. Биссектриса  $BL$  треугольника  $ABN$  пересекает диагональ  $AC$  ромба в точке  $K$ . Докажите, что точки  $K, N$  и  $D$  лежат на одной прямой.
6. На сторонах  $AB, BC$  и  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$  выбраны точки  $K, M$  и  $N$  соответственно так, что угол  $MKB$  равен углу  $MNC$ , а угол  $KMB$  равен углу  $KNB$ . Докажите, что  $NB$  — биссектриса угла  $MNK$ .
7. Внутри равностороннего треугольника  $ABC$  отмечена точка  $M$  так, что  $\angle AMC = 150^\circ$ . Докажите, что отрезки  $AM, BM$  и  $CM$  таковы, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего.
8. На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отместили соответственно точки  $K$  и  $L$  так, что  $AK = CL$  и  $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$ . Докажите, что  $KL = BC$ .
9. Двое играют в следующую игру. Первый ставит на плоскости красную точку, второй в ответ ставит 2018 синих точек. Затем первый опять ставит красную точку, второй ставит 2018 синих, и т.д. Запрещено ставить ранее отмеченные точки. Первый выигрывает, если какие-то три красные точки образуют правильный треугольник. Может ли второй ему помешать?
10. Один из углов треугольника равен  $60^\circ$ , а лежащая против него сторона составляет треть периметра. Докажите, что этот треугольник правильный.