

Тренировочный вариант №38

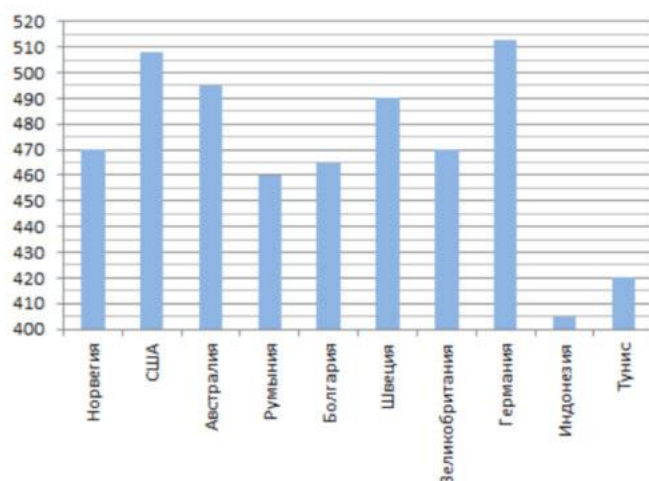
Часть 1.

1.

Предложил черт лодырю: «Всякий раз, как перейдешь этот волшебный мост, твои деньги удвоятся. За это ты, перейдя мост, должен будешь отдать мне 24 копейки.» Трижды перешел лодырь мост — и остался совсем без денег. Сколько денег было у лодыря первоначально?

2.

На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2010 году (по 1000-балльной шкале). Найдите медианный балл участников тестирования.



3.

Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2; 3)$, $B(7; 15)$, $C(16; 3)$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

4.

Игральный кубик бросают 8 раз. Найдите математическое ожидание суммы выпавших очков.

5.

Решите уравнение: $\sqrt[11]{\log_{(x-1)^2} 4} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

6.

В треугольнике ABC $AB = 10$, $AC = 12$. Точка K — точка пересечения медианы BM и биссектрисы AN . Найдите площадь треугольника AKM , если площадь треугольника ABC равна 32.

7.

Найдите абсциссу точки пересечения касательной к графику функции $y = e^x$ в точке $x_0 = 2$ с осью абсцисс.

8.

В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12. Проекция вершины пирамиды лежит внутри основания. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом $\alpha = \arctg 2$. Найдите объем пирамиды.

9.

Найдите значение выражения $\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{tg} 89^\circ$.

10.

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 10 \sin \frac{\pi t}{5}$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первых трех секунд скорость движения превышала 5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11.

В первом сплаве золота и серебра количество этих металлов находится в отношении 2:5, а во втором — в отношении 3:4. Сколько грамм первого сплава надо взять, чтобы получить 210 г сплава с отношением золота и серебра 8:13?

12.

При каких значениях параметра a уравнение $x^3 - 9x^2 + 24x = a$ имеет ровно два решения. Если условие выполняется при нескольких значениях параметра a , в ответе запишите их сумму.

Часть 2

Задание **13.**

а) Решите уравнение

$$4 \sin^3 x - \sin x + \cos x = 0$$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-11\pi; -10\pi]$

Задание **14.**

Основание шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ — правильные шестиугольники. Точки K, L и M — середины ребер EF, CD и BB_1 соответственно.

а) Докажите, что плоскость KLM делит ребро FF_1 в отношении 1 : 5, считая от точки F .

б) Найдите расстояние от центра основания $A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ до плоскости KLM , если призма правильная, $AB = 1$ и $AA_1 = 2\sqrt{3}$.

Задание **15.**

Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x - 4 \cdot 5^{-x-1} > \left(\frac{1}{5}\right)^{3-\sqrt{21-4x-x^2}}$$

Задание 16.

Биссектрисы внутренних углов треугольника продолжены до пересечения с описанной около треугольника окружностью. В результате попарного соединения этих точек получился новый треугольник. Известно, что углы исходного треугольника равны 30° , 60° , 90° , а его площадь равна 2.

- а) Найдите углы нового треугольника.
- б) Найдите площадь нового треугольника.

Задание 17.

В начале марта 2019 года клиент обратился в банк за кредитом. Условия кредита следующие:

- Срок полного погашения кредита 9 месяцев.
- 1-го числа каждого месяца (начиная с апреля) сумма долга увеличивается на 2%.
- Со 2-го по 14-е число каждого месяца, начиная с апреля клиент обязан выплатить часть долга.
- Сумма долга на 15-е число каждого месяца должна быть на одну и ту же величину меньше суммы долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в период со 2 по 14 сентября клиент обязан выплатить банку 43200 руб.

Найдите общую сумму, которую клиент выплатит банку на таких условиях.

Задание 18.

При каких значениях параметра a неравенство

$$(1 - |x|)^{\log_5(1-|x|)-|a-1|} > 0, 2^{4-a^2-\log_{25}(1+x^2-2|x|)}$$

верно при любом допустимом значении x .

Задание 19.

На доске написано более 122, но менее 134 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -7. Среднее арифметическое всех положительных чисел равно 11, а среднее арифметическое всех отрицательных чисел равно -22.

- а) Сколько чисел написано на доске?
- б) Каких чисел больше: положительных или отрицательных?
- в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?