

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант № 52****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!****Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

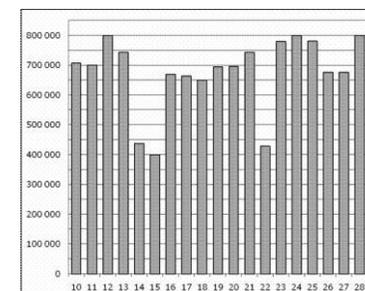
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

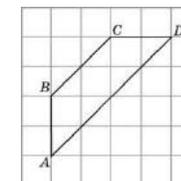
**Часть 1**

1. Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 800 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

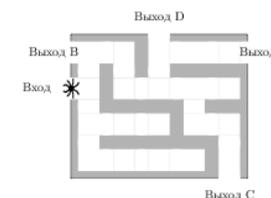
2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



3. Найдите среднюю линию трапеции  $ABCD$ , если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{2}$ .



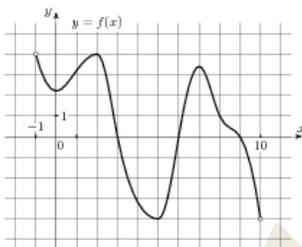
4. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу  $D$ .



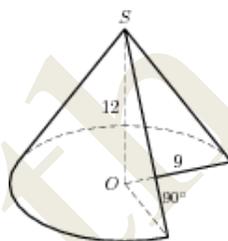
5. Решите уравнение  $7^{2x+1} = \frac{1}{343}$ .

6. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен  $108^\circ$ . Найдите число вершин многоугольника.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 10)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



8. Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



### Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 20}{\log_2 12} + \log_{12} 0,05$

10. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  (мин) — прошедшее от начального момента

время,  $T$  — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 40$  мг изотопа  $Z$ , период полураспада которого  $T = 10$  мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

11. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

12. Найдите точку максимума функции  $y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$  принадлежащую промежутку  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\left(\log_3 \frac{3}{x}\right) \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\sqrt{2}}{6}; \log_3 \pi\right]$ .

14. Основанием пирамиды  $SABCD$  с равными боковыми рёбрами является прямоугольник  $ABCD$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через сторону  $AB$  основания и середину высоты пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит боковое ребро  $SD$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $S$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$ , если  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ , а высота пирамиды равна 6.

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0.$$

16. На гипотенузе прямоугольного треугольника как на стороне построен квадрат вне треугольника.

а) Докажите, что центр квадрата и центр окружности, вписанной в треугольник, лежат на прямой, проходящей через вершину прямого угла треугольника.

б) Найдите расстояние от центра квадрата до центра окружности, вписанной в треугольник, если радиус этой окружности равен 2, а сторона квадрата равна 10.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором сумма выплат будет меньше 1,25 млн руб.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых область определения функции

$$y = \left( \sqrt[3]{x} \cdot x^{5 \log_x a} + \left( \sqrt[3]{a} \right)^{3x+1} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} \cdot \left( \sqrt[3]{a} \right)^{16} - x^{\frac{1}{3} + x \log_x a} \right)^{\frac{1}{4}}$$

содержит ровно 2 целых числа.

19. Задумано несколько натуральных чисел (не обязательно различных). Эти числа и все их возможные произведения (по 2 числа, по 3 числа и т. д.) выписывают на доску. Если какое-то число  $n$ , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляют одно такое число  $n$ , а остальные числа, равные  $n$ , стирают. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?

в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.