

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 51****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

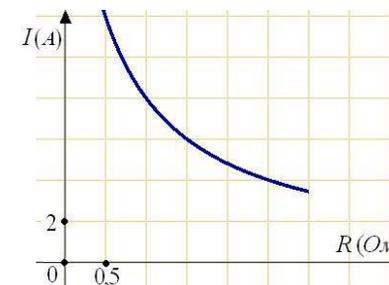
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

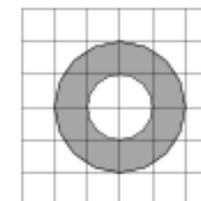
Часть 1

1. Поезд Йошкар Ола-Москва отправляется в 18:00, а прибывает в 9:00 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. На сколько ампер изменится сила тока, если увеличить сопротивление с 0,5 Ом до 2,5 Ом?



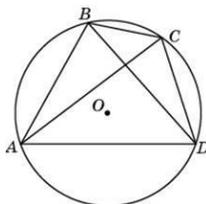
3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 51. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



4. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

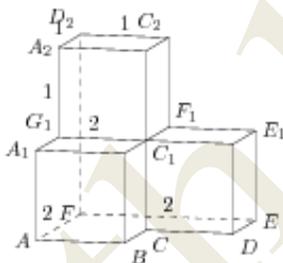
5. Решите уравнение $\sqrt{x+1} = x-1$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите меньший.

6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 110° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



7. Прямая $y = 6x - 3$ является касательной к графику функции $y = 3x^2 + bx$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

8. Найдите угол EAD_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(x) = x - 10$.

10. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом

момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, задается формулой

$$I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$$

При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $625 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ выразите в сантиметрах

11. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-7-6x-x^2}$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\left| \operatorname{ctg} \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) \right| = \frac{1}{\cos^2 2x} - 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{\pi}{2} \right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ грань $ABCD$ — квадрат. Точка M лежит на ребре BC , причём $CM : MB = 1 : 2$. Известно, что диагональ DB_1 параллелепипеда перпендикулярна отрезку $C_1 M$.

а) Докажите, что угол между прямой CB_1 и плоскостью $A_1 B_1 C_1$ равен 30° .

б) Найдите объём параллелепипеда, если расстояние между прямыми DB_1 и $C_1 M$ равно $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

15. Решите неравенство:

$$0,5 \log_{x-1}(x^2 - 8x + 16) + \log_{4-x}(5x - x^2 - 4) \geq 3.$$

16. На основаниях AD и BC трапеции $ABCD$ построены квадраты $ADEF$ и $BCGH$, расположенные вне трапеции.

а) Докажите, что прямая FG проходит через точку пересечения диагоналей трапеции.

б) Прямая, проходящая через центры квадратов, пересекает основание BC в точке M . Найдите BM , если известно, что $BC = 20$, $AC \perp BD$ и $BD : AC = 3 : 2$.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат (в млн рублей) после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-2)(y+2x-4) = |x-2|^3 \\ y = x+a \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

19. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3024.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?