Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 49

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

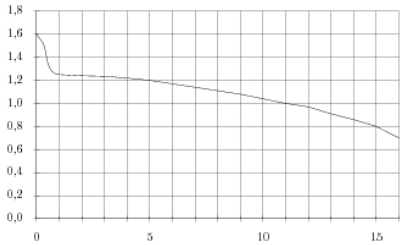
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

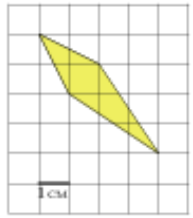
Часть 1

1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек следует взять $\frac{1}{10}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадет с 1,0 вольт до 0,8 вольт.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см}\times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



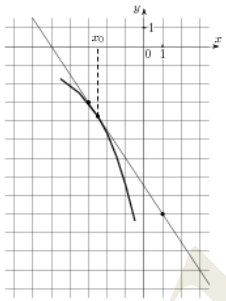
4. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

math100.ru

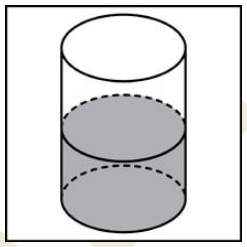
5. Решите уравнение $\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите меньший.

6. Один из углов прямоугольного треугольника равен 29°. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображены график функции $y=f\left(x\right)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f\left(x\right)$ в точке x_0.



8. В цилиндрический сосуд налили $2000\ \text{см}^3$ воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\dfrac{3\cos\left(\pi-\beta\right)+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)}{\cos\left(\beta+3\pi\right)}$

10. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu=2$ моля воздуха при давлении $p_1=1{,}5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A=\alpha\nu T\log_2\dfrac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha=5{,}75$ — постоянная, $T=300$ К — температура воздуха, p_1 (атм) — начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

11. В помощь садовому насосу, перекачивающему 5 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

12. Найдите точку минимума функции $y=4x-4\ln\left(x+7\right)+6$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2^2\left(\sin x\right)+\log_2\left(\sin x\right)}{2\cos x-\sqrt{3}}=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi;3\pi\right]$.

math100.ru

14. В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной 4, а высота призмы равна $\sqrt{17}$. Точка E лежит на диагонали BD_1, причём $BE = 1$.

а) Постройте сечение призмы плоскостью A_1C_1E.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью ABC.

15. Решите неравенство:

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7\cdot 2^x + 20}{4^x - 3\cdot 2^{x+2} + 32} \le 1.$$

16. Около треугольника ABC описана окружность. Диаметр AD пересекает сторону BC в точке E, при этом $AC = EC$.

а) Докажите, что $BD = DE$.

б) Известно, что $AE : DE = 2 : 1$. Найдите отношение $BE : CE$.

17. Зинаида является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $8t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $15t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Зинаида платит рабочему 600 рублей. Зинаиде нужно каждую неделю производить 578 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{16 - x^2}\,\log_{11}\left(\left|x^2 - y^2\right| + 1\right) = 0 \\ y^2 + (x - a)^2 = 16 + 2a(y - x) \end{cases}$$

имеет четыре решения.

19. После того, как учитель доказал классу новую теорему, выяснилось, что большая часть класса не поняла доказательство. На перемене один ученик вдруг понял доказательство (и только он). Также известно, что в классе учится не более 30, но не менее 20 человек.

а) Могло ли получиться так, что теперь уже меньшая часть класса не понимает доказательство?

б) Могло ли получиться так, что исходно процент учеников, понявших доказательство, выражался целым числом, а после перемены — нецелым числом?

в) Какое наибольшее целое значение может принять процент учеников класса, так и не понявших доказательство этой теоремы?

math100.ru