

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 47****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

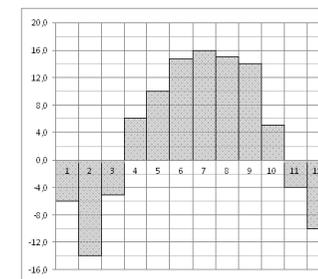
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

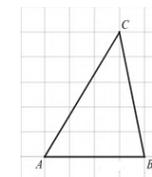
Часть 1

1. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,25 г 2 раза в день в течение 20 дней. В одной упаковке 12 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .

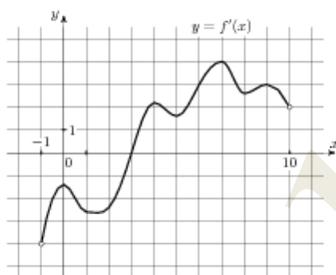


4. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

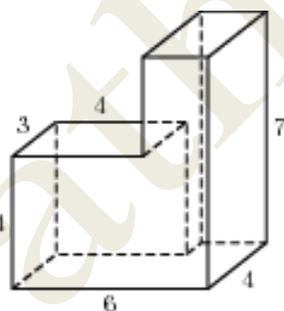
5. Решите уравнение $\log_2(\log_2(x^2 + 3x)) = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите меньший.

6. В треугольнике ABC угол C равен 58° , AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. В какой точке отрезка $[5; 9]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите $3\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

10. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } \text{с}^{-1}\text{),}$$

A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360\text{с}^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в с^{-1}

11. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 3\sin x + \frac{30}{\pi}x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$4\sqrt{1-\cos^2 x} + 2 \cdot 4^{\sin x} = 3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\arccos(-1); \arcsin 0]$.

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ основание $ABCD$ — квадрат. Точка M — центр боковой грани $BCC_1 B_1$.

а) Докажите, что плоскость $A_1 D_1 M$ делит диагональ AC_1 в отношении $2 : 1$, считая от точки A .

б) Найдите расстояние от точки M до прямой BD_1 , если сторона основания призмы равна 6, а боковое ребро равно 3.

15. Решите неравенство:

$$\left| \frac{x+3}{2x-1} - 3 \right| \geq 2.$$

16. Угол при вершине A ромба $ABCD$ равен 60° . Прямая касается окружности, вписанной в ромб, в точке T и пересекает стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что периметры треугольников AMT и ANT равны.

б) Прямые MN и CD пересекаются в точке P . В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AN : ND = 2 : 1$?

17. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t_0 рублей за единицу товара. После того как государство, стремясь нарастить сумму налоговых поступлений, увеличило налог вдвое (до $2t_0$ рублей за единицу товара), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после такого увеличения, чтобы добиться максимальных налоговых поступлений, если известно, что при налоге, равном t рублей за единицу товара, объём производства составляет $10\,000 - 2t$ единиц и это число положительно?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$9^{-x+1} \cdot 3^{x^2} + a^3 + 5a^2 + a + \sqrt{2} = \sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{\pi x}{4} + 3$$

имеет единственное решение.

19. Натуральные числа a , b , c и d удовлетворяют условию $a > b > c > d$.

а) Найдите числа a , b , c и d , если $a + b + c + d = 15$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 27$.

б) Может ли быть $a + b + c + d = 19$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 19$?

в) Пусть $a + b + c + d = 1000$ и $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1000$. Найдите количество возможных значений числа a .