

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 46****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

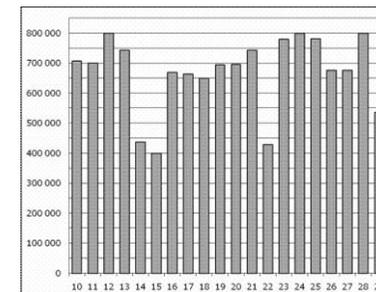
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 103 куб.м воды, а 1 октября — 114 куб.м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб.м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было менее полумиллиона посетителей.

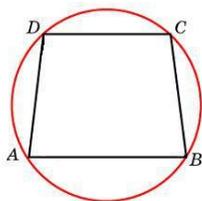


3. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (2, 2), (8, 4), (8, 8), (2, 10).

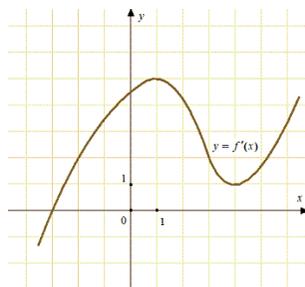
4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

5. Решите уравнение $\frac{2^{x^2+2x}}{x-1} = \frac{8}{x-1}$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите больший.

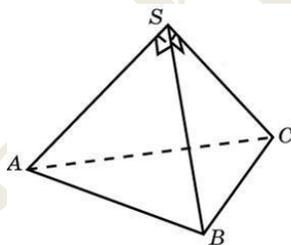
6. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5 (центр окружности находится внутри трапеции). Найдите высоту трапеции.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f'(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



8. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{-14 \sin 84^\circ}{\sin 42^\circ \cdot \sin 48^\circ}$.

10. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

где $l_0 = 5$ м — длина покоящейся ракеты,

$c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

11. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

12. Найдите точку минимума функции $y = (x - 11)^2 e^{17-x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2) \log_7(-\sin x) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

14. Основание $ABCD$ призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — равнобедренная трапеция с основаниями AB и CD . Боковые стороны равны меньшему основанию CD , а их продолжения пересекаются под углом 60° .

а) Плоскость $CA_1 D_1$ пересекает ребро AB в точке M . Докажите, что прямая $D_1 M$ проходит через середину диагонали $A_1 C$.

б) Найдите угол между боковым ребром BB_1 и плоскостью $CA_1 D_1$, если призма прямая, а $AA_1 : AD = \sqrt{3} : 2$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{3 \cdot 9^x - 3^x \cdot 2^{x+1}} \leq 1.$$

16. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках K и M соответственно, и прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если $BK : AK = 2 : 1$, $BL : LC = 2 : 3$.

17. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 207 360 рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (т.е. за четыре года)?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - \sqrt{z})^2 + (y - \sqrt{16 - z})^2 = 4 \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение $(x; y; z)$.

19. На сайте проводится опрос, кого из футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста – доля голосов, отданных за него, в процентах, округленная до целого числа. Например, числа 9,3, 10,5 и 12,7 округляются до 9, 11 и 13 соответственно.

а) Всего проголосовало 11 посетителей сайта. Мог ли рейтинг некоторого футболиста быть равным 38?

б) Пусть посетители сайта отдавали голоса за одного из трех футболистов. Могло ли быть так, что все три футболиста получили разное число голосов, но их рейтинги одинаковы?

в) На сайте отображалось, что рейтинг некоторого футболиста равен 5. Это число не изменилось и после того, как Вася отдал свой голос за этого футболиста. При каком наименьшем числе отданных за всех футболистов голосов, включая Васин голос, такое возможно?