

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант № 42****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!****Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

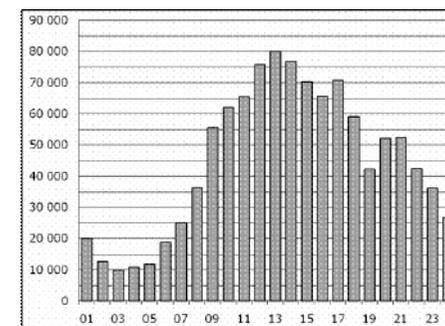
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

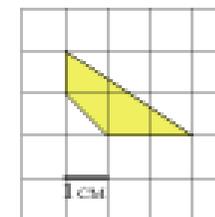
**Часть 1**

1. Среди 55000 жителей города 60% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 85% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали — количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, каким было наибольшее количество посетителей в час с 1:00 до 7:00 в данный день на сайте РИА.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

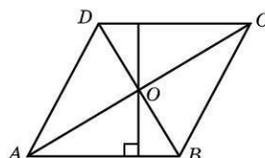


## Часть 2

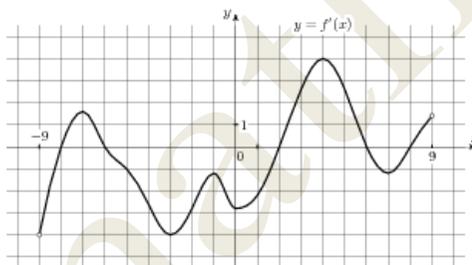
4. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

5. Решите уравнение  $(x-1)^2 = (x+6)^2$ .

6. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.



7. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 9)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



8. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 5, а площадь поверхности равна 190.

9. Найдите значение выражения  $\log_5 9 \cdot \log_3 25$

10. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид  $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$ . Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

11. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = 14x - 7 \operatorname{tg} x - 3,5\pi + 11$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_{2x}^2(4x^3) - 2 = \log_{2x}(4x)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[10]{2}}\right]$ .

14. Точка  $K$  лежит на стороне  $AB$  основания  $ABCD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$ , все рёбра которой равны. Плоскость  $\alpha$  проходит через точку  $K$  параллельно плоскости  $ASD$ . Сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$  — четырёхугольник, в который можно вписать окружность.

а) Докажите, что  $BK = 2AK$ .

б) Найдите расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\alpha$ , если все рёбра пирамиды равны 1.

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{1-x}((3x+1)(1-2x+x^2))}{\log_{3x+1}(1-x)} \leq -1.$$

16. Точка  $M$  — середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет  $BC$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $\angle CAN = \angle CMN$ .

б) Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников  $ANB$  и  $CBM$ , если  $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{4}{3}$ .

17. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита (в млн рублей), при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 8 млн.

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-4)^2} = 4 \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 4 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

19. На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза.

а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47?

б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94?

в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?