Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 40

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

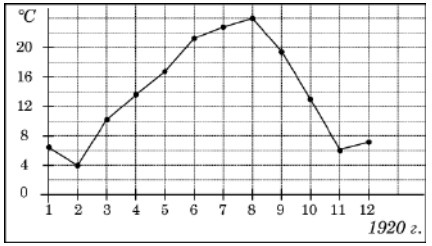
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

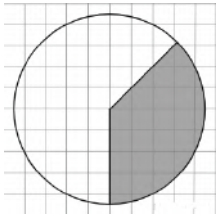
Часть 1

1. Призерами городской олимпиады по математике стало 39 учеников, что составило 13% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

2. На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см $\times \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

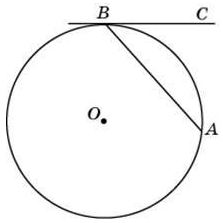


4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.

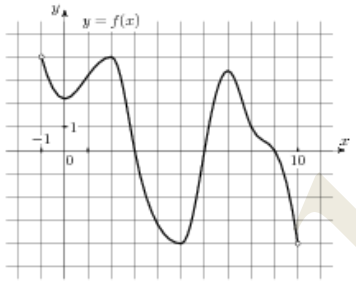
math100.ru

5. Решите уравнения $5^{\log_5 x} = x^2 - 6$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите меньший.

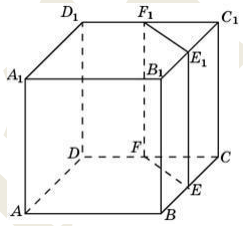
6. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92°. Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1;10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.



8. Объем куба равен 12. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Часть 2

9. Найдите $\dfrac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b + \dfrac{3}{b}\right)\left(3b + \dfrac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.

10. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

11. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \dfrac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке $[1;12]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{2\cos^2 x - 2\cos x \cos 2x - 1}{\sqrt{\sin x}} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

math100.ru

14. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. На лучах AB, AD и AA_1 отмечены точки K, L и M соответственно, причём $AK = \frac{5}{2}AB$, $AL = \frac{5}{2}AD$ и $AM = \frac{5}{2}AA_1$.

а) Докажите, что плоскость KLM делит ребро B_1C_1 пополам.

б) В каком отношении плоскость KLM делит объём параллелепипеда?

15. Решите неравенство:

$$x^{\log_3 x} - 2 \le \left(\sqrt[3]{3}\right)^{\log^2_{\sqrt{3}} x} - 2 \cdot x^{\log_3 \sqrt[3]{x}}.$$

16. Точки A_1 и B_1 лежат на сторонах соответственно BC и AC треугольника ABC. Прямые AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O, причём $AO : OA_1 = BO : OB_1$.

а) Докажите, что прямая CO проходит через середину отрезка A_1B_1.

б) Найдите отношение площади четырёхугольника CA_1OB_1 к площади треугольника ABC, если $AO : OA_1 = BO : OB_1 = 4$.

17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1200 тысяч рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

—1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

—со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

—15-го числа каждого месяца с 1-го по n-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

—15-го числа n-го месяца долг составит 400 тысяч рублей;

—к 15-му числу $(n + 1)$-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1288 тысяч рублей.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |a|^{x-y} = \log_2 x - 6 \\ x - \log_2 x = y - 6 \end{cases}.$$

имеет 2 решения.

19. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 800 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 250 купюр по 1000 рублей и 110 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 80 000 рублей, а остальное поделить поровну на 80 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

math100.ru