Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 38

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

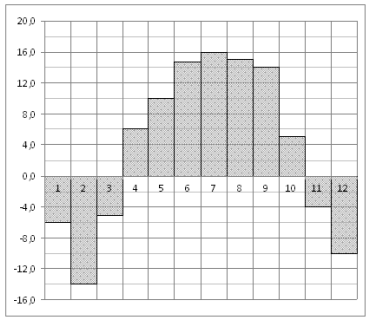
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

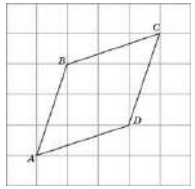
Часть 1

1. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 70 копеек. Счетчик электроэнергии 1 августа показывал 24639 киловатт-часов, а 1 сентября показывал 24831 киловатт-час. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за август?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1994 году.



3. Найдите периметр четырехугольника *ABCD*, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{10}$.

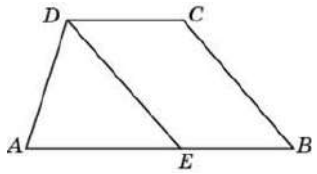


4. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

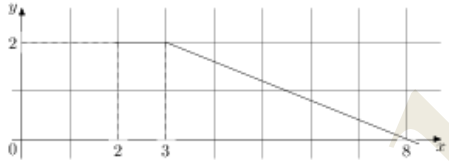
math100.ru

5. Найдите корень уравнения $2^{x-7}=\frac{1}{4}$.

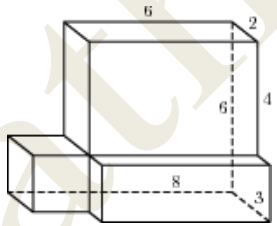
6. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



7. На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8)-F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b=5$

10. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f=30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

11. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

12. Найдите точку минимума функции $y=x\sqrt{x}-3x+1$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$5\sin^2 x-14\sin x\cos x-3\cos^2 x=2.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi;-2\pi]$.

math100.ru

14. Основание четырёхугольной пирамиды $SABCD$ — параллелограмм $ABCD$ с центром O. Точка M — середина ребра SC, K — середина ребра SA.

а) Докажите, что плоскость BMK делит ребро SD в отношении $1:2$, считая от вершины S.

б) Найдите угол между плоскостями BMK и ABC, если пирамида правильная, $AB = 10$, $SC = 8$.

15. Решите неравенство:

$$\log_x 3 \cdot \log_9 \frac{5-12x}{12x-8} \le \frac{1}{2}.$$

16. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Биссектриса угла ADC проходит через середину боковой стороны AB.

а) Докажите, что сумма оснований трапеции равна боковой стороне CD.

б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $AB = 8$, $BC = 2$ и $CD = 10$.

17. Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернет банку в течение первого года кредитования?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + a\,y - 5)(x + a\,y - 5a) = 0 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}.$$

имеет ровно 4 различных решения.

19. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (не обязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.

а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литров. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнять количество воды в бочках?

б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнять количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?

в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнять количество воды в 26 бочках?

math100.ru