Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 37

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

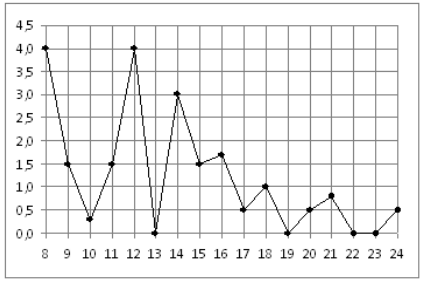
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

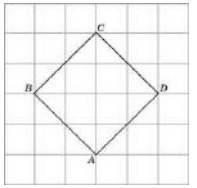
Часть 1

1. Шариковая ручка стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 700 рублей после повышения цены на 15%?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



3. Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными $\sqrt{2}$.



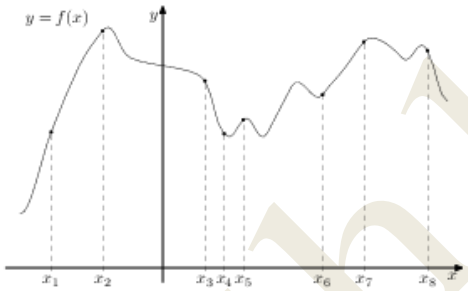
4. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

math100.ru

5. Решите уравнение $\sin\dfrac{\pi(2x-3)}{6}=-0{,}5$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

6. В тупоугольном треугольнике ABC $AC=BC=4\sqrt{5}$, высота AH равна 4. Найдите $\operatorname{tg} ACB$.

7. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



8. Объем одного шара в 64 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin(\alpha-7\pi)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(a+\pi)}$

10. Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_в$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массыс $m_{др}$ кг. Он определяется формулой $\eta=\dfrac{c_в\cdot m_в(t_2-t_1)}{q_{др}\,m_{др}}\cdot 100\%$, где $c_в=4{,}2\cdot 10^3$ Дж/(кг · К) — теплоёмкость воды, $q_{др}=8{,}3\cdot 10^6$ Дж/кг — удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m=83$ кг воды от 10°C до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах

11. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

12. Найдите точку минимума функции $y=4x-\ln(x+5)+8$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_2 x\cdot\log_3 x=\log_3 x^3+\log_2 x^2-6.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[9;10]$.

math100.ru

14. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Плоскость α проходит через прямую BC_1 параллельно прямой AB_1.

а) Докажите, что плоскость α проходит через середину ребра AC.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α, если призма правильная, сторона её основания равна $2\sqrt{3}$, а боковое ребро равно 1.

15. Решите неравенство:

$$\sqrt{7-x} < \frac{\sqrt{x^3-6x^2+14x-7}}{\sqrt{x-1}}.$$

16. Точка пересечения биссектрис углов при большем основании трапеции лежит на меньшем основании.

а) Докажите, что меньшее основание равно сумме боковых сторон.

б) Найдите углы трапеции, если отношение оснований трапеции равно 3 : 2, а отношение боковых сторон равно 5 : 3.

17. В августе 2017 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на r%;

— с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.

Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 56 595 рублей, или за два года равными платежами по 81 095 рублей. Найдите r.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых для любого значения x выполнено неравенство

$$a^2+2a-\sin^2 x-2a\cos x>2.$$

19. За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 4 пункта при получении трёх звёзд, на 8 пунктов при получении двух звёзд и на 12 пунктов при получении одной звезды. Василий прошёл несколько уровней игры подряд.

а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 50 пунктов?

б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 60 пунктов и суммарно было получено 13 звёзд?

в) За пройденный уровень начисляется 6000 очков при получении трёх звёзд, 5000 – при получении двух звёзд и 3000 – при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Василий, если заряд аккумулятора уменьшился на 60 пунктов и суммарно было получено 13 звёзд?

math100.ru