

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 36****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

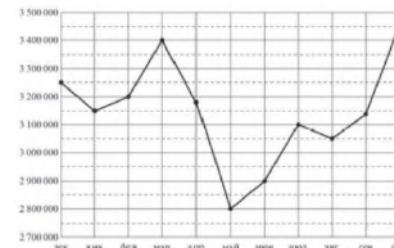
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

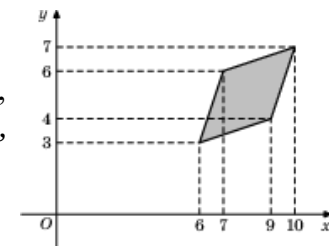
Часть 1

1. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 9 недель?

2. На рисунке точками показана аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество посетителей сайта хотя бы раз в данном месяце. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей аудиторией сайта Ya.ru в указанный период.



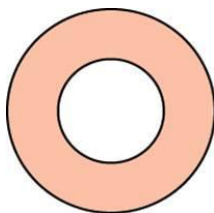
3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (6;3), (9;4), (10;7), (7;6).



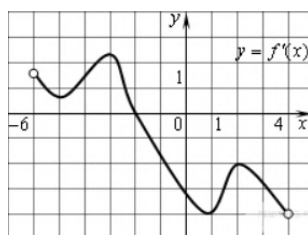
4. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

5. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

6. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.



7. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите абсциссу точки, в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



8. Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 48}{3 + \log_2 6}$

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин², и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

11. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x - 2)^2(x - 4) + 5$ на отрезке $[1; 3]$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$25^{\cos^2 x} - 4 \cdot 5^{-\cos 2x} = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -2\pi]$.

14. Основание пирамиды $SABCD$ — прямоугольник $ABCD$. Высота SH пирамиды лежит в плоскости CSD .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через ребро BC и произвольную точку M ребра SA , отличную от S и A , — прямоугольная трапеция.

б) Найдите расстояние от вершины S до этой плоскости, если H — середина ребра CD , M — середина ребра SA , $SC = CD$, $SH = 2\sqrt{3}$.

15. Решите неравенство:

$$(\sqrt{10} + 3)^{-x^2} \leq (\sqrt{10} - 3)^{15-2x}.$$

16. Диагонали трапеции перпендикулярны боковым сторонам.

а) Докажите, что трапеция равнобедренная.

б) Найдите площадь трапеции, если её основания равны 10 и 26.

17. В распоряжении прораба имеется бригада рабочих в составе 25 человек. Их нужно распределить на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $3t^2$ д. е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t^2 д. е. Как нужно распределить на эти объекты рабочих бригады, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько д. е. при таком распределении придётся выплатить рабочим?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых один из корней уравнения

$$16^x - (4^{a+3} + 16^{a+1}) \cdot 4^x + 4^{3a+5} = 0$$

больше другого в три раза.

19. Рассмотрим частное трёхзначного числа, в записи которого нет нулей, и произведения его цифр.

а) Приведите пример числа, для которого это частное равно

$$\frac{113}{27}.$$

б) Может ли это частное равняться $\frac{125}{27}$?

в) Какое наибольшее значение может принимать это частное, если оно равно несократимой дроби со знаменателем 27?