

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 35****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

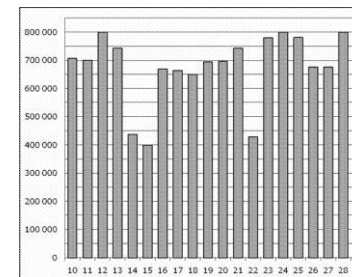
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

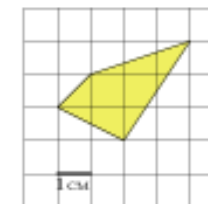
Часть 1

1. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, каково наибольшее суточное количество посетителей сайта РИА Новости за указанный период.



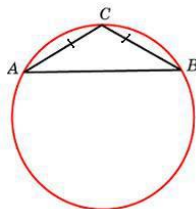
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

5. Найдите корень уравнения $\frac{4}{9}x = -3\frac{5}{9}$.

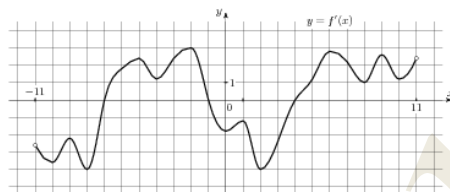
6. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ —

производной функции $f(x)$, определенной на интервале

$(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 10]$.



8. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.

Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{-12}{\sin^2 131^\circ + \sin^2 221^\circ}$$

10. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 —

температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

11. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 16 \operatorname{tg} x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2^{x^2-3} \cdot 5^{x^2-3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\log_5 4; \log_5 24]$.

14. Основание пирамиды $SABCD$ — квадрат $ABCD$. Боковое ребро SA перпендикулярно плоскости основания.

а) Докажите, что плоскости ASD и CSD перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми SC и BD , если сторона основания равна 2, а высота пирамиды равна $2\sqrt{2}$.

15. Решите неравенство:

$$25x^2 - 3|3 - 5x| < 30x - 9.$$

16. Диагонали AC и BD четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, пересекаются в точке P , причём $BC = CD$.

а) Докажите, что $AB : BC = AP : PD$.

б) Найдите площадь треугольника COD , где O — центр окружности, вписанной в треугольник ABD , если дополнительно известно, что BD — диаметр описанной около четырёхугольника $ABCD$ окружности, $AB = 5$, а $BC = 5\sqrt{2}$.

17. Вклад в размере 6 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 15 млн рублей. Ответ дайте в млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2 - y - 2) = |x|(y - 2), \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($n > 3$) состоит из натуральных чисел, причём каждый член последовательности (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних (стоящих рядом с ним) членов.

а) Приведите пример такой последовательности, состоящей из четырёх членов, сумма которых равна 50.

б) Может ли такая последовательность состоять из шести членов и содержать два одинаковых числа?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма членов такой последовательности при $n = 10$?