

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 33****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

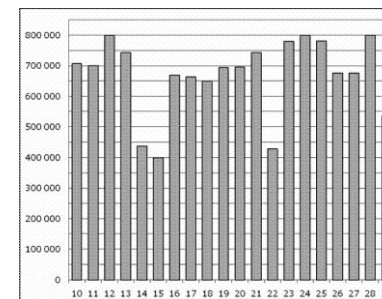
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

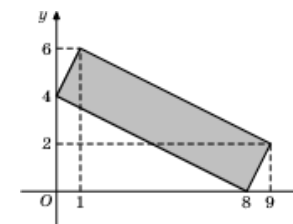
Часть 1

1. Студент получил свой первый гонорар в размере 800 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет астр для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество астр сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, астры стоят 80 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа количество посетителей сайта РИА Новости было наименьшим за указанный период.



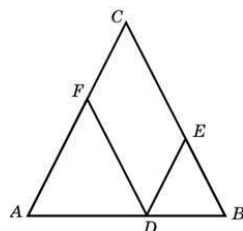
3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (8;0), (9;2), (1;6), (0;4).



4. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

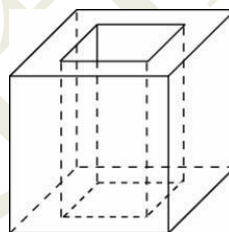
5. Найдите корень уравнения $\log_4(6+5x) = \log_4(3+x) + 1$.

6. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 13,3. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите периметр получившегося параллелограмма.



7. Прямая $y = 8x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

8. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$

10. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где

$v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

11. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,5 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

12. Найдите точку максимума функции

$$y = (2x^2 - 10x + 10)e^{36-x}$$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right]$.

14. Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$, основание которой — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C и катетом BC , вдвое бóльшим бокового ребра призмы. Точка M — середина ребра A_1C_1 , точка N лежит на ребре BC , причём $CN : NB = 1 : 3$.

а) Докажите, что $MN \perp CB_1$.

б) Найдите угол между прямой MN и плоскостью основания $A_1B_1C_1$, если $AA_1 : AB = 1 : \sqrt{7}$.

15. Решите неравенство:

$$(\log_2^2 x - 2\log_2 x)^2 + 36\log_2 x + 45 < 18\log_2^2 x.$$

16. Около треугольника ABC описана окружность. Касательная к окружности, проходящая через точку B , пересекает прямую AC в точке M .

а) Докажите, что треугольники AMB и BMC подобны.

б) Найдите отношение $AM : MC$, если $AB : BC = 3 : 2$.

17. Предприятие непрерывного цикла выпускает изделия двух типов. Для изготовления изделия первого типа требуется 30 часов работы цеха А и 20 часов работы цеха Б, а для изготовления изделия второго типа требуется 10 часов работы цеха А и 40 часов работы цеха Б (цеха могут работать над изделием в любой последовательности). По техническим причинам цех А может работать не более 600 часов в месяц, а цех Б — не более 400 часов в месяц. Каждое изделие первого типа приносит предприятию 15 000 д. е. прибыли, а каждое изделие второго типа — 12 000 д. е. прибыли. Найдите наибольшую возможную ежемесячную прибыль предприятия и определите, сколько изделий первого типа и сколько изделий второго типа следует ежемесячно выпускать для получения этой прибыли.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$||x + 2a| - 3a| + ||3x - a| + 4a| \leq 7x + 24$$

выполняется для всех значений $x \in [0; 7]$.

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на два числа: или $a + b$ и $2a - 1$, или $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.

б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?

в) Сделали 513 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?