Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 32

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

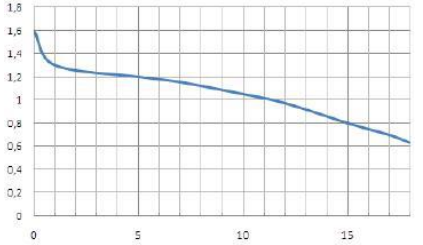
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

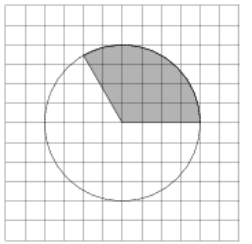
Часть 1

1. В городе N живет 200 000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых жителей 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

2. На рисунке показан график разряда батарейки в карманном фонарике. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет давать батарейка через 5 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



3. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 32?

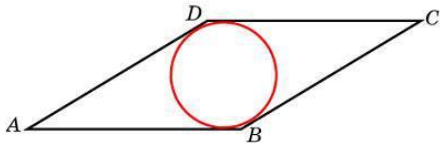


4. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

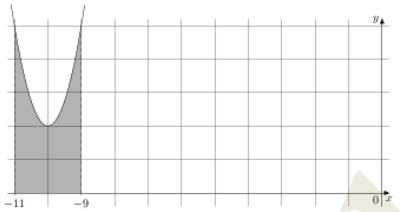
math100.ru

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{2+x}=64.$

6. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30°. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



7. На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)=x^3+30x^2+302x-\frac{15}{8}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



8. Через среднюю линию основания треугольной призмы, площадь боковой поверхности которой равна 24, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.

Часть 2

9. Найдите $\frac{3\cos\alpha-4\sin\alpha}{2\sin\alpha-5\cos\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha=3$.

10. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h=5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

11. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y=6\cos x+\frac{24}{\pi}x+5$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3};0\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_9\left(3^{2x}+5\sqrt{2}\sin x-6\cos^2 x-2\right)=x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

math100.ru

14. Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, все рёбра которой равны 12. Точка N — середина бокового ребра MA, точка K делит боковое ребро MB в отношении $2:1$, считая от вершины M.

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки N и K параллельно прямой AD, является равнобедренной трапецией.

б) Найдите площадь этого сечения.

15. Решите неравенство:

$$\frac{3}{2-(x+1)\sqrt{3}}+\frac{(x+1)\sqrt{3}-1}{(x+1)\sqrt{3}-3}\geq 3\,.$$

16. Точка I — центр окружности S_1, вписанной в треугольник ABC, точка O — центр окружности S_2, описанной около треугольника BIC.

а) Докажите, что точка O лежит на окружности, описанной около треугольника ABC.

б) Найдите косинус угла BAC, если радиус описанной окружности треугольника ABC относится к радиусу окружности S_2 как $3:5$.

17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 3x^2+3y^2=10xy \\ (x-a)^2+(y-a)^2=10a^4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Шесть экспертов оценивали фильм. Каждый из них выставил оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Все эксперты выставили различные оценки. Старый рейтинг фильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. Новый рейтинг фильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки, и подсчитывается среднее арифметическое четырёх оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{18}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{12}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности старого и нового рейтингов.

math100.ru