

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 28****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

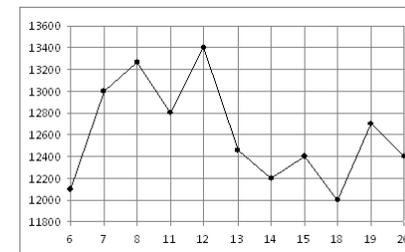
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

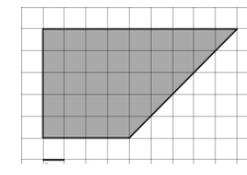
Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 800 рублей. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 300 рублей при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



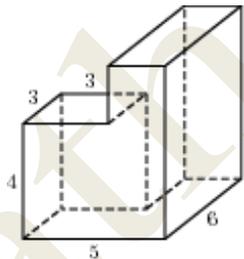
4. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 14. Результат округлите до сотых.

5. Решите уравнение $\log_{x+6} 32 = 5$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 27$, $\sin A = \frac{2}{3}$. Найдите AH .

7. Прямая $y = -2x + 6$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 + x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $(9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7} \right) + b - 13$ при $b = 345$

10. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

11. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 9 % дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

12. Найдите точку минимума функции $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt[4]{\frac{2x+1}{x-1}} + 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{2x+1}} = 3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-1; \frac{16}{13}\right]$

14. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 4 : 3$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 5$, $AD = 8$, $AA_1 = 14$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении $2 : 5$.

б) Найдите угол между плоскостью ETD_1 и плоскостью $AA_1 B_1$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{3 \lg(x+2) + 1}{\lg^2(x+2) + \lg(x+2)} \geq 1 + \log_{x+2} 10.$$

16. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках K и M соответственно, и прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно.

а) Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ — параллелограмм.

б) Найдите отношение площадей параллелограммов $KLMN$ и $ABCD$, если $BK : AK = 2 : 1$, $BL : LC = 2 : 3$.

17. Сергей является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $12t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Сергей платит рабочему 400 рублей. Сергей готов

выделять 608 400 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 + \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 - \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

19. Будем называть четырехзначное число *интересным*, если среди четырех цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трех других из них. Например, интересным является число 7232.

а) Приведите пример двух интересных четырехзначных чисел, разность между которыми равна 221.

б) Найдутся ли два интересных четырехзначных числа, разность между которыми равна 2001?

в) Найдите наименьшее нечетное число, для которого не существует кратного ему интересного четырехзначного числа.