

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 270

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

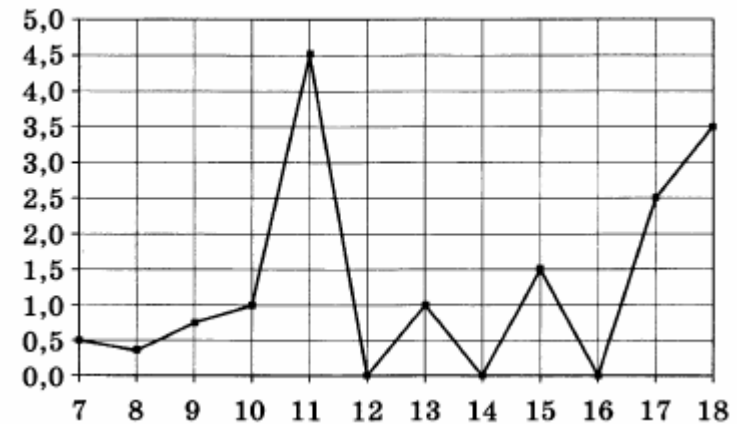
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Маша отправила СМС-сообщения с новогодними поздравлениями своим 16 друзьям. Стоимость одного СМС-сообщения—1 рубль 30 копеек. Перед отправкой сообщений на счете у Маши было 30 рублей. Сколько рублей останется у Маши на счете после отправки всех сообщений?

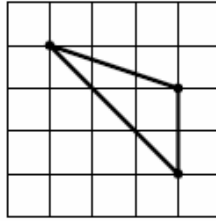
Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за данный период не выпадало осадков.



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ изображён треугольник. Найдите радиус его описанной окружности.



Ответ: _____.

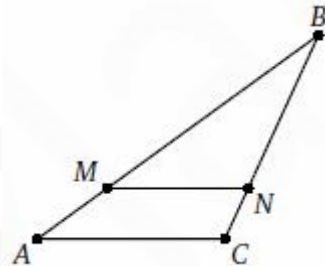
4. Монету бросают восемь раз. Во сколько раз событие «орел выпадает ровно 6 раз» более вероятно, чем событие «орел выпадет ровно один раз»?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $3^x \cdot 4^x = 144^{x-2}$

Ответ: _____.

6. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC выбраны точки М и N соответственно так, что $MN \parallel AC$. Найдите AC, если $NM = 9$, $NC = 4$ и $NB = AC$.



Ответ: _____.

7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} - 3t + 17$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени ее скорость была равна 15 м/с?

Ответ: _____.

8. Основанием наклонной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат ABCD, а диагональ $A_1 C$ призмы перпендикулярна плоскости основания. Найдите площадь основания призмы, если $A_1 A = 3\sqrt{33}$, $CA_1 = 15$.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $4^{-13} : 56^{-15} \cdot 14^{-14}$.

Ответ: _____.

10. Автомобиль, двигавшийся со скоростью $v_0 = 27$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4,5$ м/с². Определите время, прошедшее от момента начала торможения до полной остановки, если известно, что за это время автомобиль проехал 81 м. Тормозной путь, время торможения и ускорение связаны формулой

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}. \text{ Ответ выразите в секундах.}$$

Ответ: _____.

11. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями два автомобиля. Скорость первого автомобиля была в полтора раза больше скорости второго. Второй автомобиль прибыл в А на 5 часов позже, чем первый прибыл в В. На сколько минут раньше произошла бы встреча автомобилей, если бы второй автомобиль ехал с той же скоростью, что и первый?

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_{\sqrt{3}}(x - 4\sqrt{x-2} + 5)$ на отрезке $[5; 10]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_2(1 + \cos 4x) = 1 + \log_{\sqrt{2}} \sin x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

14. Дана правильная треугольная призма $ABC_1B_1C_1$. На ребре BC взята точка M , причём $BM : CM = 1 : 2$.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через центры граней $A_1B_1C_1$ и BB_1C_1C параллельно ребру AC , проходит через точку M .

б) Пусть K — середина ребра A_1C_1 , N — центр грани BB_1C_1C . Найдите угол между прямыми B_1K и MN , если $AC = 18\sqrt{3}$; $AA_1 = \sqrt{13}$

15. Решите неравенство $\frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{x^3 - 5x^2 + 6x}}{\sqrt{3-x} + \log_{4x+1}^2(x^3 - 5x^2 + 6x + 1)} \geq 1$

16. Точка M — середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC . Серединный перпендикуляр к гипотенузе пересекает катет BC в точке N .

а) Докажите, что $\angle CAN = \angle CMN$.

б) Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников ANB и CBM , если $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{4}{3}$.

17. Предприятие непрерывного цикла занимается испытанием готовых изделий двух типов. Ежемесячно предприятие получает для испытаний не более 300 изделий первого типа и не более 600 изделий второго типа. Качество каждого изделия проверяется на двух стендах A и B (стенды могут использоваться для испытания каждого изделия в любой последовательности). Для проверки одного изделия первого типа требуется 36 минут испытаний на стенде A и 30 минут испытаний на стенде B ; для проверки одного изделия второго типа требуется 30 минут испытаний на стенде A и 9 минут испытаний на стенде B . По техническим причинам стенд A может работать не более 360 часов в месяц, а стенд B — не более 180 часов в месяц. Проверка одного изделия первого типа приносит предприятию 135 д. е. прибыли, а проверка одного изделия второго типа — 75 д. е. прибыли. Найдите наибольшую возможную ежемесячную прибыль предприятия и определите, сколько изделий первого типа и сколько изделий второго типа следует ежемесячно проверять для получения этой прибыли.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 5|x| + 7\sqrt{2x^2 + 49} = 2x + 2|x - 7a|$$

имеет хотя бы один корень.

19. Ученики писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 83 баллов. Из-за того, что задания оказались трудными, всем участникам теста добавили по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Мог ли средний балл участников, не сдавших тест, понизиться?

б) Мог ли средний балл участников, сдавших тест, понизиться и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизиться?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 90, средний балл участников, сдавших тест, составил 100, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 75. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 103, а не сдавших тест — 79. При каком минимальном числе участников теста возможна такая ситуация?