

Метрические соотношения в треугольнике

В этом листочке:

A, B, C — вершины; a, b, c — длины сторон; α, β, γ — углы треугольника;

p — полупериметр треугольника; S — площадь треугольника;

m_a, m_b, m_c — длины медиан; l_a, l_b, l_c — длины биссектрис; h_a, h_b, h_c — длины высот;
 r_a, r_b, r_c — радиусы вневписанных окружностей треугольника;

r, R — радиусы вписанной и описанной окружности.

1. (a) $S = pr$;

(b) $S = (p - a)r_a$;

(c) $S = \frac{abc}{4R}$;

(d) $S = \frac{cr_a r_b}{r_a + r_b}$.

2. $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

3. $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$

4. $m_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$

5. (a) $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$

(b) $l_a = \sqrt{\frac{4bc p(p-a)}{(b+c)^2}}$

6. $r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

7. (a) $ab + bc + ca = p^2 + r^2 + 4rR$

(b) $a^2 + b^2 + c^2 = 2p^2 - 2r^2 - 8Rr$

8. $4R = r_a + r_b + r_c - r$.

9. (Формула Карно) $OA_1 + OB_1 + OC_1 = R + r$, где A_1, B_1, C_1 — середины сторон треугольника.