

Различные диофантовы уравнения

Решите уравнения №№1–8 в целых числах.

1. $mn - 2m + 3n = 4$.
2. $x^2 + 7y = 10$.
3. $1! + 2! + \dots + n! = k^2$.
4. $1 + 5 \cdot 2^k = n^2$.
5. $2^x + 7 = y^2$.
6. $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 8abcd$.
7. $x^2 + y^2 = x + y + 2$.
8. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{50}$.
9. **Линейные диофантовы уравнения.**
 - (a) Решите уравнение $ax + by = 0$.
 - (b) Объясните, как найти хотя бы одно решение уравнения $ax + by = d$, если $d = (a, b)$.
 - (c) Объясните, как найти все решения уравнения $ax + by = d$, если $d = (a, b)$.
 - (d) Опишите алгоритм решения произвольного линейного уравнения $ax + by = c$.
10. **Ликбез: Пифагоровы тройки.** Решите диофантово уравнение $x^2 + y^2 = z^2$.
- 11.* Пусть $S(n)$ — сумма цифр натурального числа n . Найдите все такие $n > 1$, что $S(n) = S(2n) = S(3n) = \dots = S(n^2)$.