[ЦПМ, кружок по математике, 9 класс]

[2018–2019]

Кушнир А., Юргин Г.

группа: 9-1 *29 октября 2018 г.*

Серия 11. Никогда такого не было, и вот опять

1. В таблице 100×101 расставлены числа 0, 1, 2 так, что сумма чисел в каждом столбце и в каждой строке делится на 3. Какое наибольшее возможное количество единиц может быть в этой таблице?

2. Дана клетчатая доска 100×100. Первый игрок своим ходом размещает на ней фигуру, равную квадрату 3×3 без угловой клетки. А второй игрок размещает две фигуры: уголок из трёх клеток и уголок из 5 клеток (квадрат 3×3 с удалённым квадратом 2×2). Фигуры не должны иметь общих клеток. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

3. На доске 300×300 расставлены ладьи, они бьют всю доску. При этом каждая ладья бьёт не более чем одну другую ладью. При каком наименьшем k можно заведомо утверждать, что в каждом квадрате $k \times k$ стоит хотя бы одна ладья?

4. Квадрат 9×9 разрезан на квадраты 2×2 и уголки из трёх клеток. Какое наибольшее количество квадратов 2×2 могло при этом получиться?

5. В клетках таблицы 10×10 расположены числа $1, 2, 3, \ldots, 100$ таким образом, что сумма любых двух соседних чисел не превосходит S. Каково наименьшее возможное значение S? (Числа называем соседними, если они стоят в клетках, граничащих по стороне.)

6. В каждой строке и в каждом столбце шахматной доски стоят не менее k ладей. При каком наименьшем k из них можно гарантированно выбрать 8 ладей, не бьющих друг друга?

7. В 17 клеток квадрата 5×5 поставили по одной фишке. За один ход все фишки передвигаются в соседнюю по стороне клетку. Запрещается ставить две фишки в одну клетку и, если фишка передвигалась по горизонтали, то в следующий ход она должна передвинуться по вертикали, и наоборот. Может ли процесс продолжаться сколь угодно долго?