

1. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 8 в частном получается то же число, что и в остатке.
2. а) Число делится на 44 с остатком 15. С каким остатком оно делится на 11? б) Число делится на 7 с остатком 5. Какой остаток оно может давать при делении на 35? Найдите все возможные варианты.
3. Докажите, что произведение пяти подряд идущих натуральных чисел, даже если оно начинается не с единицы, делится: **а)** на 30; **б)** на 120.
4. Найдите остаток от деления числа  $1! + 2! + 3! + \dots + 15!$  на 15. (Напомним, что  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ .)
5. Составьте таблицу умножения остатков от деления на **а)** 3, **б)** 5, **в)** 7. Таблица должна показывать, какой остаток от деления даст произведение двух чисел, если известны остатки множителей от деления.
6. Найдите последнюю цифру числа **а)**  $7^{7^7}$ ; **б)**  $7^{7^{7^7}}$ ; **в)**  $7^{7^{7^{7^7}}}$ .
7. Докажите, что при любом натуральном  $n$ :
- а) число  $n^5 + 4n$  делится на 5;
- б)  $n^2 + 1$  не делится на 3;
- в)  $n^3 + 2$  не делится на 9.
8. а) Число не делится на 4. Какие остатки от деления на 4 может давать его квадрат? Найдите все возможные варианты. б) Может ли являться точным квадратом сумма квадратов двух или трёх нечётных чисел?
9. Урюпинская Городская Дума переехала в новое здание. Если в новом зале для заседаний сажать депутатов по трое за стол, то один депутат окажется лишним. Если сажать по четверо за стол, то двое окажутся лишними. Если сажать по пять за стол, то трое окажутся лишними. В старом же здании депутаты сидели по семь за столом, и лишних не оставалось. Какое наименьшее число депутатов может быть в Урюпинской Городской Думе?
10. Приведите пример: **а)** пяти; **б)** десяти; **в)** 2013 подряд идущих составных чисел.
11. а) Существует ли точный квадрат более 9000, в записи которого нет цифр, отличных от единицы, пятёрки и девятки? б) Существует ли точный квадрат, в записи которого 100 нулей, 101 единица, 102 двойки и более никаких других цифр?