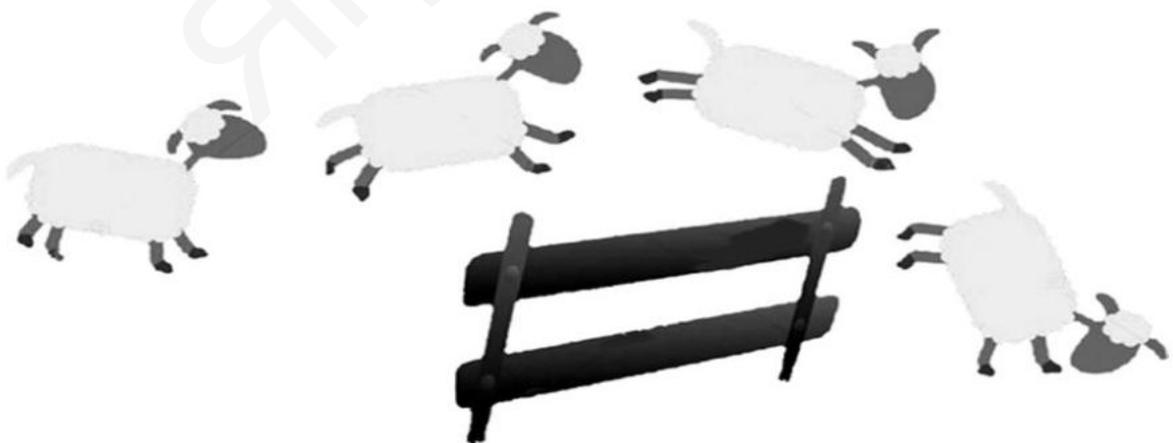


Системы счисления

1. У вас есть чашечные весы и гири весом 1г, 3г, 9г, 27г и 81г (каждой - по одной штуке). Как на этих весах уравновесить груз весом 61г? (гири можно класть на обе чаши весов)
2. Вы имеете право сделать 4 гири любого веса. Какие это будут гири, чтобы с их помощью можно было на чашечных весах взвесить грузы от 1 до 40 кг (гири можно класть на обе чаши весов)? Сможете ли вы так подобрать веса четырех гирь, если гири можно класть только на одну чашку весов?
3. В каких системах счисления $3+4=7$? $3+4=10$? $3+4=11$?
4. Посчитайте в двоичной системе а) $100101+11011$ б) $1010011-11011$
Переведите эти числа и ответы из двоичной системы в десятичную систему.
5. В десятичной системе счисления есть такой признак делимости на 2: число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2.
а) в каких еще системах счисления этот признак верен?
б) придумайте признак делимости на 2 в остальных системах счисления.
6. Переведите число 12345678 из девятеричной системы в троичную.
7. В азбуке Морзе каждая буква кодируется последовательностью из одной или нескольких точек или тире. Можно ли закодировать все 33 буквы русского алфавита различными последовательностями, используя не более 4 символов для кодирования каждой буквы?
8. С числом разрешается производить две операции: "увеличить в два раза" и "увеличить на 1". За какое наименьшее число операций можно из числа 0 получить число 100?



Дополнительные задачи

9. В сумме $+ 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$ можно вычеркивать любые слагаемые и изменять некоторые знаки перед оставшимися числами с "+" на "-". Маша хочет таким способом сначала получить выражение, значение которого равно 1, затем, начав сначала, получить выражение, значение которого равно 2, затем (снова начав сначала) получить 3, и так далее. До какого наибольшего целого числа ей удастся это сделать без пропусков?

10. а) У одного человека был подвал, освещавшийся тремя электрическими лампочками. Выключатели этих лампочек находились вне подвала, так что включив любой из выключателей, хозяин должен был спуститься в подвал, чтобы увидеть, какая именно лампочка зажглась. Однажды он придумал способ, как определить для каждого выключателя, какую именно лампочку он включает, сходя в подвал ровно один раз. Какой это способ?

б) Сколько лампочек и выключателей можно идентифицировать друг с другом, если разрешается 2 раза спуститься в подвал?

11. **Карточный фокус.** а) Берется колода из 27 карт (без одной масти). Ваш друг загадывает одну из карт. После чего вы раскладываете все карты в три равные кучки, кладя каждый раз по одной карте (в первую кучку, затем во вторую, затем в третью, потом снова в первую и т. д.). Ваш друг указывает на ту кучку, в которой лежит его карта. Далее вы складываете все три кучки вместе, вставляя при этом указанную кучку между двумя другими. Эта процедура повторяется еще два раза. На каком месте в колоде окажется загаданная карта, после того, как вы сложите вместе три кучки в третий раз?

б) На каком месте окажется загаданная карта, если с самого начала было $3n$ ($n < 9$) карт?