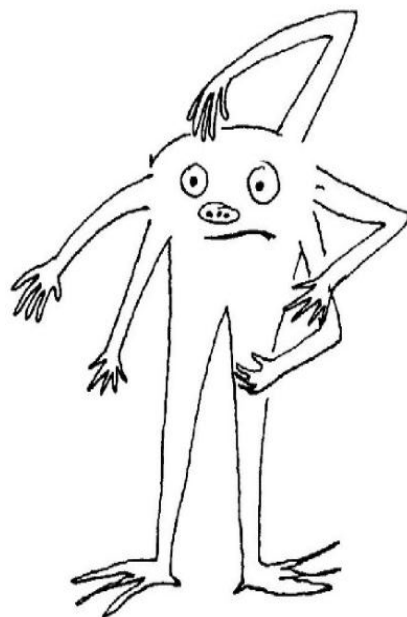
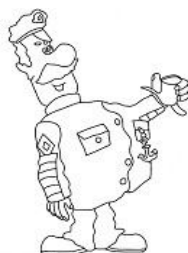


Графы

1. В деревне Кафтам 9 домов. Известно, что у Петра соседи Серёжа и Антон, Максим сосед Серёже и Кате, Виктор - Диме и Мише, а также по соседству живут Евгений с Мишей, Серёжа с Катей, Евгений с Димой, Катя с Антоном и больше соседей в означенной деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Петр огородами пробраться к Мише за яблоками?
2. В стране Чайник есть девять городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли из города 1 добраться в город 9?
3. В государстве 11 городов, и из каждого из них выходит по 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
4. На космическом корабле 11 марсиан, у каждого марсианина пять рук. Могут ли все они взяться за руки?
5. Капитан Врунгель побывал в стране Оз. По его рассказам, в этой стране много городов. При этом из Изумрудного города выходит только дорога из желтого кирпича, а из каждого другого города выходит ровно по три дороги. Может ли оказаться, что прославленный капитан говорит правду?
6. В стране 15 городов, каждый соединён дорогой не менее чем с семью другими. Докажите, что из любого города можно доехать в любой другой, двигаясь по дорогам.
7. а) Идёт Петя, а навстречу ему 5 человек. Докажите, что среди них найдутся либо трое, знакомых с Петей, либо трое, не знакомых с Петей.
б) Докажите, что среди любых 6 человек найдутся либо 3 попарно знакомых, либо 3 попарно незнакомых человека.
в) А если есть всего 5 человек?



Дополнительные задачи

8. В шахматном турнире, в котором каждый участник должен был встретиться с каждым, один шахматист заболел и не доиграл свои партии. Всего в турнире было проведено 24 встречи. Сколько шахматистов участвовало в турнире, и сколько партий сыграл выбывший участник?
9. На планете Контрастов живут только рыцари и лжецы, некоторые из них дружат между собой. Каждый из них утверждает, что среди его друзей чётное число лжецов. Докажите, что на планете Контрастов живёт чётное число лжецов.
10. В некоторой компании у каждого человека 5 друзей, и при этом у каждой пары друзей ровно два общих друга. Приведите (нарисуйте) пример такой компании.
11. В верхних углах доски 3 на 3 стоят черные кони, а в нижних - белые. Можно ли за несколько ходов поменять их местами? Если да, то сколько ходов для этого необходимо?



