

0. Вася хвастается, что придумал математический фокус. Он просит вас загадать цифру, а потом умножить её на 11 и сказать только последнюю цифру. А в ответ он очень быстро назовёт вам цифру, которую вы загадали. Сможете разгадать секрет фокуса? Сможете ли вы его повторить для кого-то другого?

1. Подумав, Вася решил, что фокус слишком простой и сказал, что теперь он будет поступать хитрее. Он предлагает вам загадать цифру, умножить на 11, а потом на 21, а Вася в свою очередь услышав результат – очень быстро назовёт вам загаданное число (Очевидно, что поделить с такой скоростью результат на 21, а потом на 11 он не успеет.) Сможете ли вы теперь показать этот фокус?

2. а) Случайно Вася узнал, что маг и чародей Намра умеет легко называть на что закончится произведение любых подряд идущих 10 чисел. А умеете ли вы?

б) А если взять произведение любых 5 подряд идущих чисел?

3. Вася, натренировавшись на фокусах, решил похвастаться умением считать произведение больших чисел. Он говорит, что $1312356 * 1312357 = 18400123535694$. Так уж хорош ли Вася в вычислениях?

4. В пункте обмена можно обменять 101 серебряных монет на 10 золотых и 1 медную или 11 серебряных на 1 золотую и 1 медную. Мог ли Вася поменять 1023 серебряные монеты на какое-то число золотых и 19 медных монет? (Серебряных остаться не должно!)

5. Делится ли $2^{1025} - 2$ на 5?
 2^{1025} – это 2 в степени 1025, т.е. $2 * 2 * 2 * 2 * \dots * 2$, где всего 1025 двоек.

6. Петя собирает коллекцию наклеек. Наклейки продаются наборами из 10 штук. Петя купил несколько наборов. Но один набор потом поменял у соседа по парте на 3 очень редких налейки. Может ли Петя разложить свои наклейки в красивый квадрат, чтобы полюбоваться ими? (Например 40 наборов можно разложить квадратом 20 на 20 наклеек.)

7. Число называется простым, если оно делится только на 1 и на себя. Какие из следующих чисел простые и почему? а) $2^{517} + 1$ б) $4^{513} - 1$ в) $4^{100} + 5^{43}$?

