

Инварианты

Задача 0. Даны два треугольника. Сумма двух углов первого треугольника равна некоторому углу второго. Сумма другой пары углов первого треугольника также равна некоторому углу второго. Верно ли, что первый треугольник – равнобедренный?

Задача 1. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 2017. Разрешается стереть любые два числа и написать вместо них разность этих чисел. Можно ли добиться того, чтобы все числа на доске были нулями?

Задача 2. На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке, и каждая либо снимает, либо вешает ровно один платок. Может ли после ухода девочек на вешалке остаться 10 платков?

Задача 3. В таблице $m \times n$ расставлены числа так, что сумма чисел в любой строке или столбце равна 1. Докажите, что $m = n$.

Задача 4. На столе рубашкой вниз лежит игральная карта. Можно ли, перекатывая ее по столу через ребро, добиться того, чтобы она оказалась на прежнем месте, но а) рубашкой вверх; б) рубашкой вниз и вверх ногами?

Задача 5. Из стакана молока три ложки содержимого переливают в стакан с чаем и небрежно помешивают. Затем зачерпывают три ложки полученной смеси и переливают их обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: чая в стакане с молоком или молока в стакане с чаем?



Инварианты

Задача 6. В стране несколько городов, попарные расстояния между которыми различны. Путешественник отправился из города A в самый удаленный от него город B , оттуда – в самый удаленный от него город C и т.д. Докажите, что если C не совпадает с A , то путешественник никогда не вернется в A .

Задача 7. Есть куча из 1001 камня. Одним ходом из какой-нибудь кучи, где лежит больше одного камня, выкидывают один из них, а затем любую кучу делят на две меньшие. Можно ли через несколько ходов получить лишь кучи, состоящие из трех камней?

Задача 8. На квадратном поле 10×10 девять клеток 1×1 поросли бурьяном. После этого бурьян может распространиться на клетку, у которой не менее двух соседних клеток уже поросли бурьяном. Докажите, что тем не менее бурьян не сможет распространиться на все клетки.

