

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

## Алгебраические преобразования.

1. Чему равно произведение:  $(1 - 1/4)(1 - 1/9)(1 - 1/16)...(1 - 1/225)$ ?

2. Два различных числа  $x$  и  $y$  (не обязательно целых) таковы, что  $x^2 - 2000x = y^2 - 2000y$ .  
Найдите сумму чисел  $x$  и  $y$ .

3. Найдите все пары простых чисел, разность квадратов которых является простым числом.

4. Сколькими способами число 23 можно представить в виде разности двух квадратов натуральных чисел?

5.  $a, b, c$  — такие три числа, что  $a+b+c=0$ . Доказать, что в этом случае справедливо соотношение  $ab+ac+bc \leq 0$ .

6. Разложить в произведение многочленов меньших степеней:  $x^4 + 16$ .

7. Известно, что  $a+b+c=5$  и  $ab+bc+ac=5$ . Чему может равняться  $a^2+b^2+c^2$ ?

8. Докажите, что произведение четырех последовательных натуральных чисел, увеличенное на 1, является полным квадратом.

9. Решите уравнения в целых числах:

а)  $xy = x + y + 3$

б)  $x^2 = 14 + y^2$

в)  $x^2 + y^2 = x + y + 2$

10. Вычислить 
$$\frac{2017}{201720172017^2 - 201720172016 \times 201720172018}$$

11. Существуют ли такие целые числа  $x, y$  и  $z$ , для которых выполняется равенство:

$$(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 = 2017?$$

12. Можно ли в записи  $2017^2 - 2016^2 - \dots - 2^2 - 1$  некоторые минусы заменить на плюсы так, чтобы значение получившегося выражения стало равно 2017?