



## Занятия 5 и 6 (1 февраля)

### I. Испытания, успех и неудача. Испытания до первого успеха

1. Какова вероятность того, что потребуется ровно  $k$  попыток, чтобы попасть в мишень, если вероятность попасть в нее при каждом отдельном выстреле равна  $p$ ?
2. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он попал в цель с вероятностью не менее 0,95?
3. Колода из 36 игровых карт хорошо перетасована. Карты открывают по одной. Какова вероятность, что первый туз появится ровно шестой картой по счету?
4. Противокорабельная артиллерийская система стреляет по алгоритму «залп-контроль-залп»: если первая ракета не поразила цель, по ней выпускается вторая ракета. Третья ракета по этой цели не выпускается. Известно, что каждая отдельная ракета поражает цель с вероятностью 0,8. Почему в алгоритм не заложен третий выстрел?

### II. Серия испытаний Бернулли

5. Какова вероятность того, что при 10 последовательных бросаниях монеты:  
а) случится ровно 4 орла; б) случится не более 5 орлов?
6. Система ПВО выпускает по одной воздушной цели три ракеты почти одновременно (с интервалом 1 с). Известно, что каждая отдельная ракета поражает цель с вероятностью 0,65. Какова вероятность того, что цель будет поражена хотя бы одной из ракет? Почему алгоритм стрельбы ПВО отличается от алгоритма стрельбы противокорабельной артиллерийской системы?
7. Альбина Яковлевна хочет высадить на своем участке 90 смородиновых кустов. По опыту она знает, что вероятность того, что саженец приживается, равна 0,9.  
а) Альбина Яковлевна купила 100 саженцев. Какова вероятность того, что приживутся ровно 90?  
б) Что более вероятно — что приживутся ровно 90, ровно 91 или ровно 89?  
в) Что можно сказать про прогноз «Приживутся ровно 90 саженцев»? Лучше ли он любого другого прогноза? Насколько он определен? Насколько он надежный?  
г) Как построить прогноз с надежностью не менее 0,95? Как при этом изменится определенность прогноза?  
д) А вероятность того, что приживется не менее 90?  
е) Сколько Альбина Яковлевна должна купить саженцев, чтобы с вероятностью не менее 0,95 прижилось хотя бы 90 из них?
8. Стрелок стреляет по шести одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,7. Какова вероятность того, что стрелок поразит ровно пять мишеней из шести?
9. Завод за последний год изготовил 10000 автомобилей, в конструкции которых есть главная гайка. Подсчитано, что каждый автомобиль в течение гарантийного срока требует замены главной гайки с вероятностью 0,004.

- а) Найдите вероятность того, что для обеспечения гарантийных обязательств потребуется не более 40 главных гаек.
- б) Сколько главных гаек нужно иметь в запасе, чтобы хватило для нужд гарантийного ремонта с вероятностью не менее 0,95?

### III. Выбор из конечной совокупности

**10.** Из класса, в котором 10 мальчиков и 17 девочек случайным образом выбирают 6 учеников. Какова вероятность того, что в выборку попадет ровно 3 мальчика?

**11.** Последовательность из 10 единиц и 20 нулей случайным образом тщательно перемешана. Какова вероятность того, что среди первых 15 цифр:

- а) единиц ровно четыре; б) единиц не более четырёх; в) единиц от двух до пяти?

**12.** Из надежного источника мы знаем, что сборная команда школьников Пензенской области по математике насчитывает 25 человек. От ненадежного источника мы узнали, что в команде 5 девочек. Школьники по одному в случайном порядке выходят из автобуса, но пока только мальчики. Уже много вышло, а девочек все нет. После какого мальчика можно заподозрить, что девочек на самом деле меньше пяти? (заподозрить – значит, предположить с вероятностью не менее 0,95).

**13.** В прошлом году в компании «Рога и копыта» проводился опрос на тему «Как сильно вы любите своего начальника». Для опроса из 200 сотрудников была сделана случайная выборка в 30 человек. В этом году руководство решило провести новый опрос: «Не слишком ли высока ваша зарплата?». Нужно сделать случайную выборку из тех же 200 сотрудников, но по условиям опроса в эту выборку должно войти не менее 10 человек из прошлогодней выборки – для выявления статистической связи в ответах на вопросы. Какого объема следует сделать выборку в этом году, чтобы с вероятностью не менее 0,95 в ней оказалось хотя бы 10 прошлогодних респондентов?

### Ответы

1.  $q^{k-1}p$ , где  $q=1-p$ . 2. 14. 3. 0,07. 5. а) 0,205; б) 0,623. 6. 0,973 7. а) 0,132; б) ровно 90; г) 0,417; д) например, 84 – 96; е) 106. 8. 0,337. 9. а) 0,542; б) 51. 10. 0,276. 11. а) 0,227; б) 0,350; в) 0,647. 12. 11. 13. 91.