



Занятие 16. 8 февраля

Иван Высоцкий

Метод индикаторов

1. Найдите математическое ожидание бинарной случайной величины

$$I \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

2. Крейсер стреляет по 6 целям. На каждую цель дается не более двух выстрелов. Вероятность поражения каждой цели при каждом выстреле равна $p = 0,8$. Найдите математическое ожидание числа пораженных целей.

3. В коробке 11 красных и 9 зеленых шаров. Из коробки наудачу вынимают 7 шаров. Сколько красных шаров следует ожидать среди вынутых?

4. На новогодний вечер по случаю наступающего 1912 года на елку в доме московского генерал-губернатора собралось n приглашенных детей, и каждый пришел со своим гостинцем (конфета, пряник, халва, орех в золотой обертке). По обычаю тех лет все гостинцы были повешены на елку, а в конце вечера состоялся розыгрыш – каждому доставался случайно выбранный гостинец. Сколько ожидается детей, кто получил свой собственный гостинец?

5. А их родители тем временем танцевали на новогоднем балу, который также давал генерал-губернатор. Всего собралось n семейных пар, причем в каждой паре муж и жена были совершенно одного роста, но двух пар одного роста не было. Когда заиграл вальс, кавалеры пригласили случайно выбранных дам на танец.

а) Найдите математическое ожидание числа танцующих пар, где кавалер ниже дамы.

б) То же самое, если известно, что ни один кавалер не танцует со своей женой.

6. В театр пришли 20 зрителей, и у них билеты на один ряд, в котором 20 кресел. Проблема в том, что проход в этот ряд только с одной стороны. Зрители проходят на свои места в случайном порядке. Если один занял свое место, то, чтобы пропустить другого, он должен встать.

а) Найдите математическое ожидание числа вставаний.

б) Найдите математическое ожидание числа зрителей, которым встать не придется ни разу.

7. Монету бросают до тех пор, пока не выпадет орел. Найдите математическое ожидание числа бросков.

8. По веревочной лестнице в ужасную грозу поднимаются 7 гномов. Если случится гром, то каждый гном с испугу может упасть вниз с вероятностью $p = 0,2$. Если гном падает, то он увлекает за собой всех гномов, которые под ним, и они тоже падают. Вдруг раздался гром. Сколько гномов следует ожидать Белоснежке внизу?