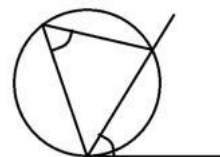


Касательные

- ▷ Угол между касательной и хордой, проведёнными через общую точку на окружности, равен половине дуги, заключённой между сторонами этого угла.



Задача 1. Касательная в точке A к описанной окружности треугольника ABC пересекает прямую BC в точке E , AD — биссектриса треугольника ABC . Докажите, что $AE = ED$.

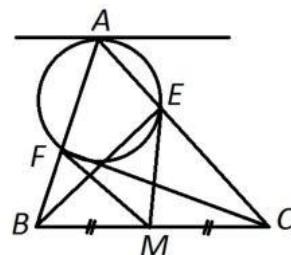
Задача 2. В трапеции $ABCD$ основание $AB = a$, основание $CD = b$, $a < b$. Окружность, проходящая через вершины A , B и C , касается стороны AD . Найти диагональ AC .

Задача 3. Пусть O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC , а точка K такова, что $\angle KCB = 90^\circ$ и KA — касательная к описанной окружности треугольника ABC . Точка D лежит на BC , причём $KD \parallel AB$. Докажите, что точка A лежит на прямой DO .

- ▷ *Признак касательной:* если угол между прямой и хордой равен половине дуги, стягиваемой данной хордой, то эта прямая является касательной.

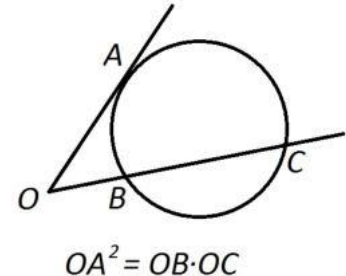
Задача 4. Пусть AA_1 и BB_1 — высоты треугольника ABC , M — середина AB . Окружность, описанная около треугольника AMA_1 , вторично пересекает прямую A_1B_1 в точке X . Докажите, что AX — касательная к описанной окружности треугольника ABC .

Задача 5 (лемма о трёх касательных). Пусть треугольник ABC — остроугольный, BE и CF — его высоты, а точка M — середина BC . Докажите, что ME , MF и прямая, проходящая через A параллельно BC являются касательными к описанной окружности треугольника AEF .



Касательные (продолжение)

- ▷ *Теорема об отрезках касательной:* если прямые, проходящие через точку M , касаются окружности в точках A и B , то $MA = MB$.
- ▷ *Теорема о квадрате отрезка касательной:* если из одной точки к окружности проведены касательная и секущая, то квадрат отрезка касательной равен произведению секущей на её внешнюю часть.



Задача 6. В угол вписаны две окружности, одна из которых касается угла в точках M и N , а другая — в точках P и Q . Докажите, что на прямой MQ эти окружности отсекают равные хорды.

Задача 7. Дан угол с вершиной O и окружность, касающаяся его сторон в точках A и B . Из точки A параллельно OB проведён луч, пересекающий окружность в точке C . Отрезок OC пересекает окружность в точке E , прямые AE и OB пересекаются в точке K . Докажите, что $OK = KB$.