

Вариант 8



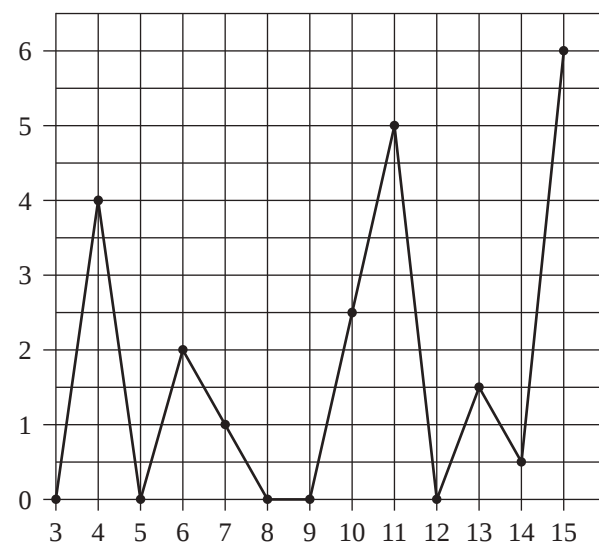
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

- 1 Фёдор Иванович получает 25 000 руб. в месяц. Налог на доходы физических лиц составляет 13% от заработной платы. Сколько тысяч рублей налога на доход заплатит Фёдор Иванович за год?

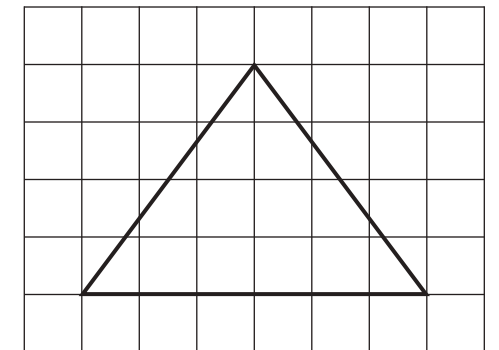
Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 4 миллиметра осадков.



Ответ: _____.

- 3 Найдите радиус окружности (в см), описанной около равнобедренного треугольника, считая стороны квадратных клеток равными 1 см.



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

Ответ: _____.

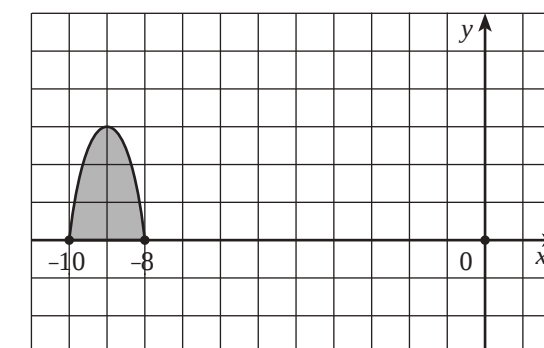
- 5 Решите уравнение $\frac{x+3}{4x+6} = \frac{x+3}{6x+4}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 6 Найдите хорду (в см), на которую опирается угол 90° , вписанный в окружность радиуса 3 см.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: _____.

- 8 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсечённой треугольной призмы равен 4 см^3 . Найдите объём исходной призмы (в см^3).

Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{6a^{15}b^3 - (2a^5b)^3}{4a^{15}b^5}$ при $b = 2$.

Ответ: _____.

- 10 Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление в газе, V — объём газа в литрах. Изначально объём газа равен 18 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объёма можно сжать газ. Ответ выразите в литрах. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 11 Улитка ползёт от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 8 м. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 120 м.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 2x - \ln(x + 3)^2$ при $x > -3$.

Ответ: _____.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $10^{\sin x} = 2^{\sin x} \cdot 5^{-\cos x}$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.
- 14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 3. На его ребре $B_1 B$ отмечена точка K так, что $KB = 2$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой $B_1 D$.
а) Докажите, что плоскость α проходит через середину ребра $A_1 B_1$.
б) Найдите угол β наклона плоскости α к плоскости грани $BB_1 C_1 C$.
- 15 Решите неравенство $(x + 1) \log_3 6 + \log_3 \left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq x - 1$.
- 16 На отрезке BD взята точка C . Биссектриса BL равнобедренного треугольника ABC с основанием BC является боковой стороной равнобедренного треугольника BLD с основанием BD .
а) Докажите, что треугольник DCL равнобедренный.
б) В каком отношении прямая DL делит сторону AB ?
- 17 В этом году Сергей купил ценную бумагу за 7000 руб. Цена бумаги каждый год увеличивается на 1500 руб. Сергей может продать ценную бумагу и положить полученную сумму на счёт. Каждый год банк будет увеличивать сумму на счёте на 15%. Определите, на какой по счёту год после покупки ценной бумаги Сергею стоит её продать, чтобы через 35 лет сумма на банковском счёте была максимальной.
- 18 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$2^x - a = \sqrt{4^x - a}$$

имеет единственное решение.

19 Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три группы так, чтобы в каждой группе было хотя бы одно число. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

- а) Могут ли быть одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?
- б) Могут ли быть одинаковыми все три значения средних арифметических?
- в) Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из получаемых трёх средних арифметических.

Вариант 9



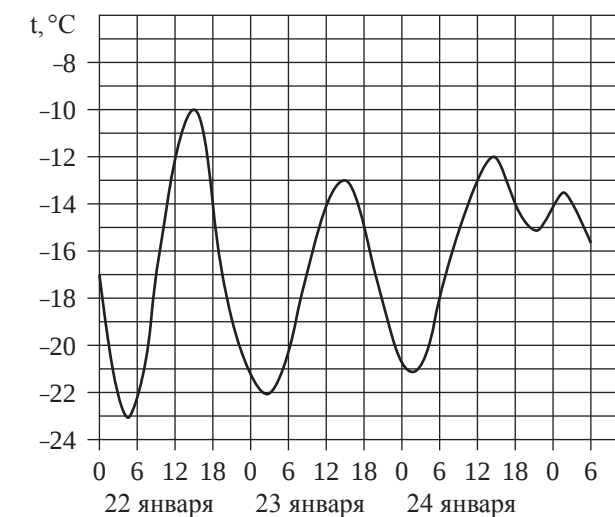
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1 Поезд Москва — Пермь отправляется в 13:20, а прибывает в 3:20 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____.

2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

3 Сумма трёх углов выпуклого четырёхугольника равна 338° . Найдите его четвёртый угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 4 В классе 33 учащихся, среди них два друга — Ваня и Дима. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Ваня и Дима окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

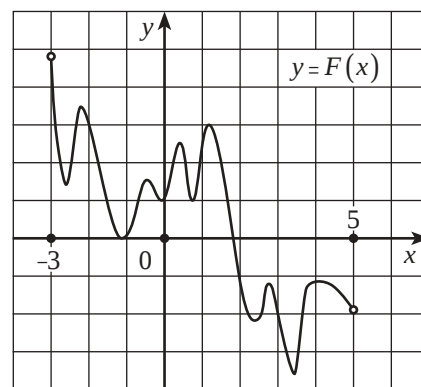
- 5 Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi(x+6)}{4} = -1$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

- 6 Найдите высоту трапеции (в см), в которую вписана окружность радиуса 4 см.

Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$.



Ответ: _____.

- 8 Радиусы трёх шаров равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите радиус шара (в см), объём которого равен сумме их объёмов.

Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\log_5 15}{\log_{25} 15}$.

Ответ: _____.

- 10 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = at^2 + bt + H_0,$$

где $H_0 = 1$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин² и $b = -\frac{1}{5}$ м/мин² — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

Ответ: _____.

- 11 Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 16 %. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \cos x - 6x - 8$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ: _____.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 5]$.

14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 1 : 2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

15 Решите неравенство $\sqrt{5 - 2x} + \sqrt{x - 1} > 2$.

16 В равнобедренном треугольнике ABC основание BC равно 34, а боковые стороны равны 49. На сторонах AB и BC отмечены соответственно точки M и N так, что $AM = MB = AN = NC$.

а) Докажите, что MN является секущей для окружности, вписанной в треугольник.

б) Найдите длину той части отрезка MN , которая заключена внутри вписанной окружности.

17 В январе 2015 года ставка по депозитам в банке «Альянс» составила $x\%$ годовых, тогда как в январе 2016 года — $y\%$ годовых, причём известно, что $x + y = 25\%$. В январе 2015 года вкладчик открыл счёт в банке «Альянс», положив на него некоторую сумму. В январе 2016 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счёта пятую часть этой суммы. Укажите значение x , при котором сумма на счёте вкладчика в январе 2017 года станет максимально возможной.

18 При каких значениях параметра a корни уравнения

$$|x - a^2| = a^2 - 4a + 3$$

имеют одинаковые знаки?

19 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3024.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?

б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?

в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?