

## Алгебраические соотношения малого порядка на координатной плоскости

1. Через точку  $(2, -3)$  проведите две прямые, одну параллельную, а другую перпендикулярную прямой **(а)**  $3x + 5y = 7$ ; **(б)**  $2x - 3y = 1$ .

2. Проходят ли все прямые с уравнением вида  $(2a - 3)x + (4 - 3a)y + 5 = 0$  через одну точку, и, если да, то через какую?

3. При каких  $a$  система  $\begin{cases} (a - 4)x + y = a \\ -3x + ay = 1 \end{cases}$  имеет больше одного решения?

4. Сколько решений имеет уравнение  $|x - 3| = 4 - |x|$ ?

5. Для каждого значения параметра  $a$  решить уравнение  $|x + 2| + a|x - 4| = 6$ .

6. Изобразите на координатной плоскости решение неравенства  $2x + 3y < 5$ .

7. При каких  $a$  система  $\begin{cases} y < +ax + 1 \\ y > -ax - 1 \\ x < -1 \end{cases}$  имеет хотя бы одно решение?

8. В зависимости от  $K$  укажите количество решений системы

$$\text{(а)} \begin{cases} x^2 + y^2 = K \\ x + y = 5 \end{cases}; \quad \text{(б)} \begin{cases} (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = K \\ x + y = 5 \end{cases}.$$

9. Решите систему уравнений  $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16 \\ (x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 1. \end{cases}$

10. Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$  имеет три решения.

11. В окружности  $\omega$  с центром  $O$  проведены перпендикулярные диаметры  $AB$  и  $CD$ . На  $OB$  взята точка  $K$  так, что  $OB = 3OK$ , а на  $OD$  – точка  $M$  так, что  $OD = 2OM$ . Докажите, что точка пересечения прямых  $CK$  и  $AM$  лежит на  $\omega$ .

12. В окружность радиуса  $R$  вписан правильный треугольник. Найдите сумму квадратов расстояний от точки на окружности до вершин треугольника.

13. Найдите  $\min(x^2 + y^2)$ , если известно, что  $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$ .

14. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2 - ax$$

имеет единственное решение.